PROIEZIONI BICENTRALI, RIBALTAMENTI, OMOLOGIE.[1]

Scheda di approfondimento

Riferimenti in "**Teorema di Stevin**" e " **Ombre solari e proiezioni da centro improprio"**

Ricordiamo il seguente **teorema**:

Se una figura $\Im$ è proiettata da due centri (propri) distinti O ed S sopra uno stesso quadro (piano) σ (**proiezione bicentrale**) e la figura che si proietta è un altro piano π, la corrispondenza che intercede fra le due proiezioni P' e P" di uno stesso punto P di π è una **omologia** avente per asse la intersezione **t** dei due piani π, σ (traccia di π su σ) e per centro il punto T intersezione di σ con la congiungente i centri O ed S.

Definizione: chiamiamo **ribaltamento** di un piano π su un altro piano σ l'operazione che consiste nel far ruotare π, in un verso fissato, attorno alla retta (propria) **t** (intersezione di π e σ) fino ad adagiarlo su σ. Il diedro completo generato dalla rotazione di π si dice **diedro di ribaltamento**.

Il teorema precedente sulle proiezioni bicentrali si applica per determinare la relazione tra proiezioni e ribaltamenti: infatti il ribaltamento del piano π sul piano σ equivale ad una **proiezione parallela** avente per centro il punto improprio S_∞ della direzione ortogonale al piano bisettore del diedro di ribaltamento.
Segue che:

Tra le proiezioni da un centro O e i ribaltamenti di un piano π su un piano σ intercede una **omologia** avente per asse la traccia **t** di π su σ e per centro la proiezione T di O effettuata in direzione ortogonale al piano bisettore del diedro di ribaltamento.
(Si noti che la rotazione prevista dal **teorema di Stevin** conduce proprio O in T).

Il punto T risulta improprio se le è O (e solo in tal caso): dunque quando la proiezione è parallela l'omologia tra proiezioni e ribaltamenti è **affine**; in particolare ortogonale quando lo è anche la proiezione.

---

[1] Cfr. A. Comessatti, Geometria descrittiva e applicazioni, in Enciclopedia delle Matematiche Elementari, Hoepli 1964.