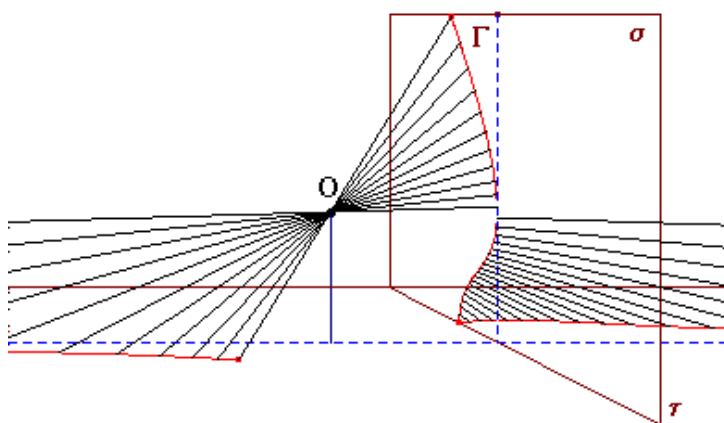


PROIEZIONE DI CURVE: CUBICHE E ALTRE CURVE.

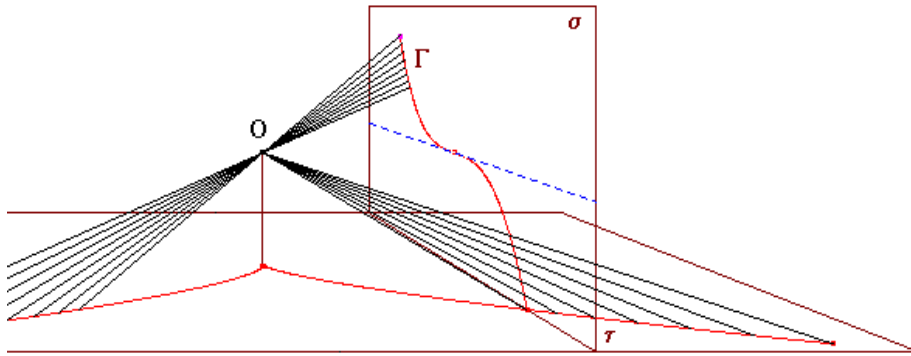
(Fonti: F. Jacquier, “*Elementi di Prospettiva secondo li principi di B. Taylor*”, Roma 1756, Appendice n. VI, “*Della proiezione delle curve*”; M. Chasles, “*Aperçu historique sur l’origine et le développement des méthodes en géométrie*”, Bruxelles 1837 e Parigi 1875, Note 20 “*Sur la méthode de Newton...*”).

Tutte le curve ottenibili per proiezione di una curva piana assegnata su un piano (da centro proprio o improprio) hanno equazioni del medesimo grado; in quanto generate a partire da un unico “oggetto” possiamo considerarle appartenenti alla stessa specie, o addirittura “uguali”: ma ci appaiono con forme profondamente diverse. Newton è stato uno dei primi geometri ad avere piena coscienza del fatto che non solo l’aspetto metrico di una curva piana di grado prefissato (il tracciato che a noi si presenta nelle zone accessibili del piano), ma anche alcune caratteristiche della sua equazione (la mancanza di termini, o il segno di alcuni coefficienti, ecc.) dipendono essenzialmente dal suo comportamento all’infinito, direttamente **inosservabile**⁽¹⁾ Supponiamo che la curva di partenza (ad es. una cubica) possieda sia punti semplici che punti multipli: come appare la curva proiettata (la sua “ombra”) quando è uno di questi punti multipli che viene mandato all’infinito? Si riesce a riconoscere, nella forma di una curva assegnata, la presenza di molteplicità (o di un flesso) in qualcuno dei suoi punti impropri? Saper rispondere a domande di questo tipo può essere utile nello studio del grafico di una funzione: ma soprattutto addestra la nostra intuizione a “vedere” una curva, andando oltre la sua apparenza sensibile immediata.

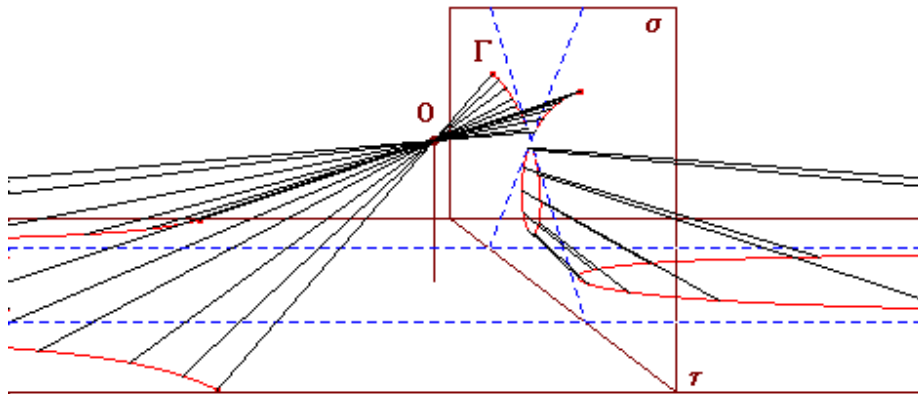
- I. Si possono anzitutto osservare alcuni modelli fisici tridimensionali a fili tesi (come al solito, i fili rappresentano raggi luminosi o raggi visivi) in cui una curva Γ , tracciata su un piano verticale σ , viene proiettata su un piano orizzontale τ dal centro proprio O . Ogni punto della curva Γ giacente anche sulla retta limite di σ viene trasformato in un punto improprio di τ .



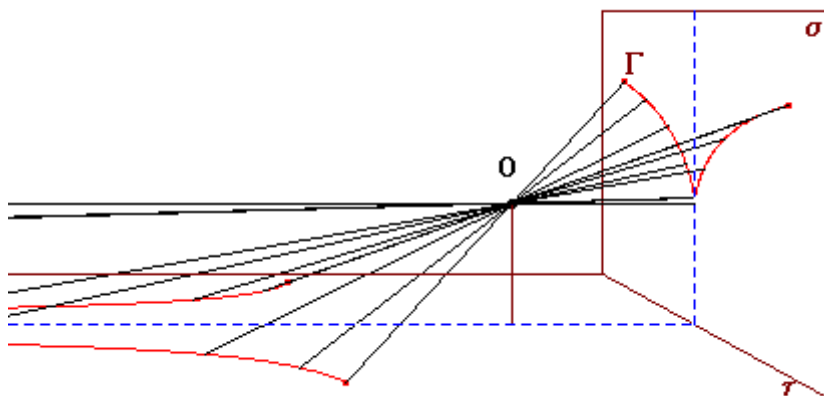
Modello 1. Proiezione all’infinito di un punto regolare di Γ .



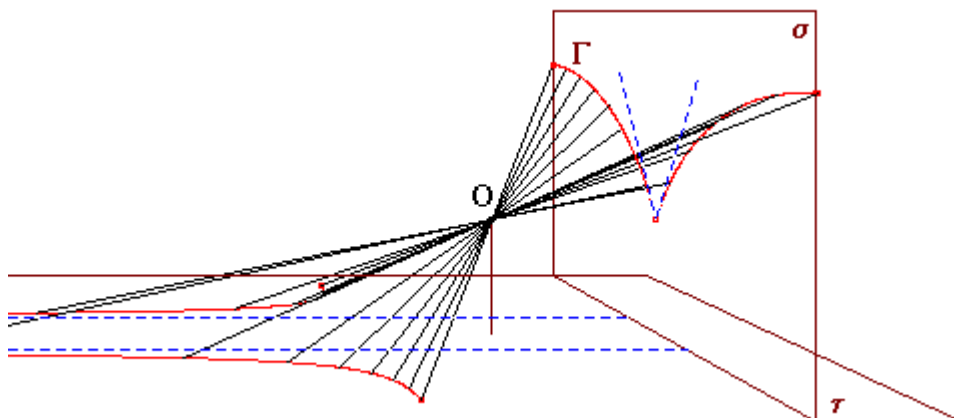
Modello 2.
Proiezione
all'infinito di un
punto in cui Γ ha
un **flesso**.



Modello 3.
Proiezione
all'infinito di un
punto in cui Γ
ha un **nodo**.



Modello 4.
Proiezione
all'infinito di un
punto in cui Γ ha
una **cuspid**.



Modello 5.
Proiezione
all'infinito
di un punto
angoloso di
 Γ .

Si è eseguita anche la proiezione delle rette tangenti alla curva nei punti che vengono mandati all'infinito: queste tangenti diventano **asintoti** della curva trasformata.

⁽¹⁾ Cfr I. Newton "Enumeratio Linearum tertii ordinis", 1704 – 1711.