

SCHEMA. MISURE COL RADIO LATINO: ALCUNI ESEMPL.

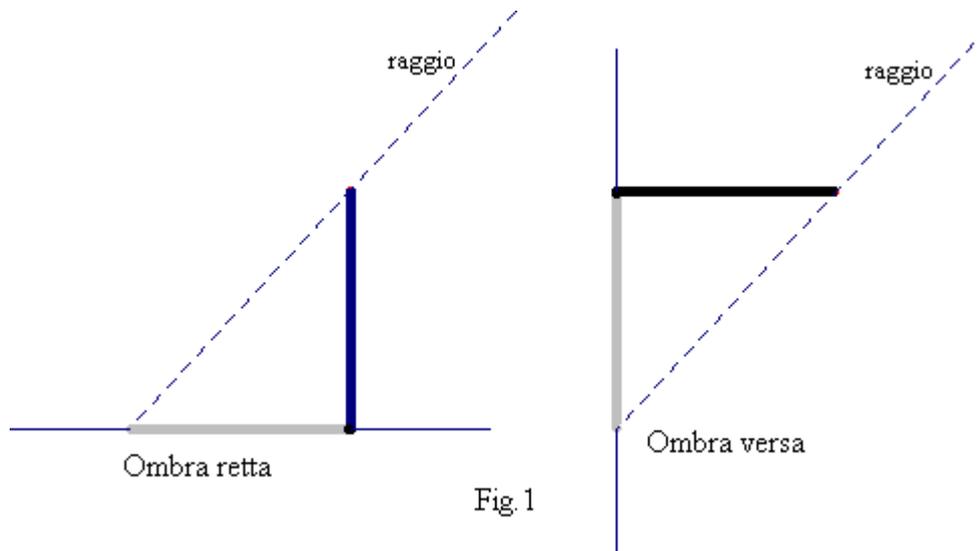
(Fonte: Latino Orsini, Egnatio Danti: *Trattato del Radio Latino, inventato dall'Ill.mo Sig. L. Orsini, con li Commentari del Rev.do Padre E. Danti, Vescovo di Alatri, Roma 1586*).

I problemi di rilevamento affrontati negli esempi che abbiamo scelto sono quelli più comuni: alla loro soluzione provvedevano, tra Quattrocento e Cinquecento, numerosissimi strumenti diversi. Sono oggi divertenti e utili anche da un punto di vista didattico. Molti di questi problemi sono già considerati nei *Ludi Mathematici* di L. B. Alberti, scritti circa 140 anni prima (e che il Danti ben conosceva). Si può consultare anche (per confronto) il trattato di Cosimo Bartoli, *Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le provincie, le prospettive ecc.*, Venezia 1564.

CAP. I (Misura di altezze con la scala altimetrica) (In tutte le operazioni di questo capitolo, la guida deve essere bloccata a 90° , in modo che le braccia del radio siano allineate).

- **Nota sulla scala delle ombre**. Riportiamo (con qualche aggiustamento nella grafia e nel linguaggio) dal commento di E. Danti, la **Regola Prima**. Per comodità del lettore, abbiamo aggiunto le Figure 1 e 2.

“La scala altimetrica è composta di due parti, così come sono di due specie le



ombre, cioè retta e versa. L'ombra retta è generata dallo Gnomone drizzato perpendicolarmente sopra il piano dell'orizzonte. Ma l'ombra versa è generata dal corpo parallelo al piano orizzontale che manda la sua ombra su un piano perpendicolare a quello orizzontale, come ad esempio fa l'asta della meridiana, conficcata perpendicolarmente alla parete della torre (cfr. Figura 1). Segue che l'ombra retta continuamente diminuisce fino a mezzogiorno, perché quanto più il

alla lunghezza dell'ombra (l) (Figura 3). Se invece l'angolo che la retta DC forma

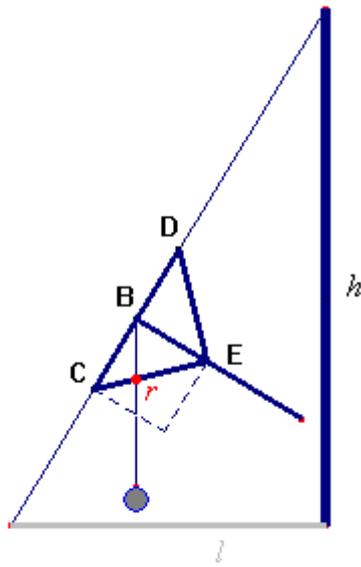


Fig. 4

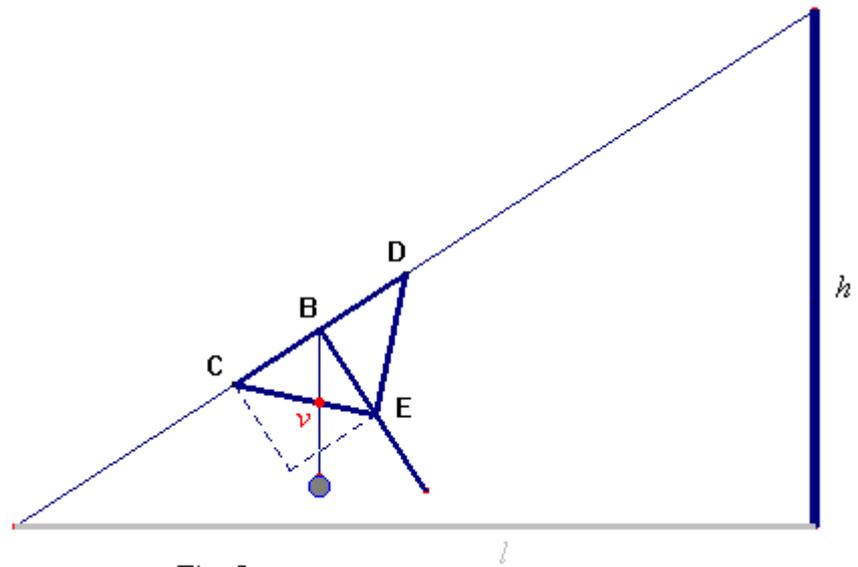


Fig. 5

con l'intersezione tra il piano dello strumento e il piano di terra (α) è maggiore di 45° , il filo a piombo cadrà sulla scala dell'ombra retta, e sarà $h > l$. Indicando con r il numero letto sulla scala nel punto di intersezione col filo, si avrà: $h = \frac{12l}{r}$ (*) (i triangoli simili sono facilmente individuabili in Figura 4). Infine, se $\alpha < 45^\circ$ sarà $h < l$, il filo a piombo cadrà sulla scala dell'ombra versa, e indicato con v il numero letto sulla scala nel punto di intersezione col filo, si avrà in modo analogo:

$h = \frac{vl}{12}$ (**). Oppure, si potrà usare la relazione precedente (*), ma occorre aver "ridotto i punti dell'ombra versa in punti dell'ombra retta".

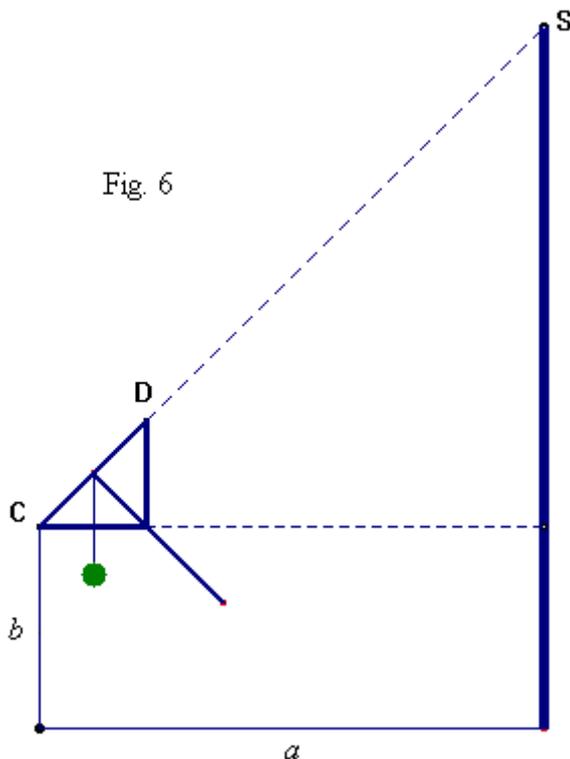


Fig. 6

- **Regola terza: misura dell'altezza di un corpo verticale (al quale ci si possa liberamente accostare) senza usarne l'ombra.**

Si dispone lo strumento (in un piano perpendicolare al piano di terra) in modo che il filo a piombo cada sull'ombra media; infine ci si accosta all'altezza da misurare (o ci si allontana da essa) fino a che la sua sommità S risulti allineata con i

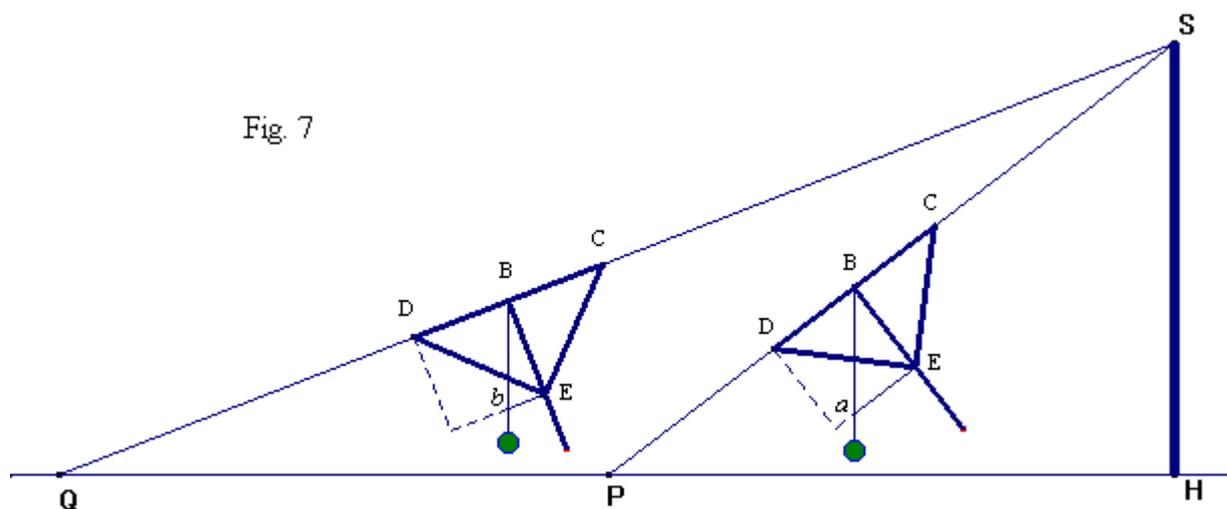
traguardi posti in C e in D. A questo punto, la situazione sarà quella illustrata dalla Figura 6, e quindi l'altezza cercata si otterrà con la somma $a + b$, dove a è la distanza dell'occhio di chi opera dal corpo misurato, b la distanza dell'occhio medesimo da terra.

- Regola quarta: misura dell'altezza di un corpo verticale (al quale ci si possa liberamente accostare) senza usarne l'ombra, e traguandandolo una sola volta.**

E' chiaro che nella regola precedente, per valutare il perfetto allineamento dei punti C, D e della sommità S del corpo da misurare (per esempio una torre, un palazzo ecc.), occorrerà traguandare S più di una volta. Ma se si lascia il filo a piombo libero di intersecare in un punto qualsiasi le scale delle ombre, basterà una sola osservazione, eseguita da un punto di stazione qualsiasi. Si potranno poi usare le formule (*) e (**), purchè con l si intenda ora la distanza tra il punto di stazione e la base del corpo di cui si vuol misurare l'altezza. Ricordare: 1) ad h va sempre aggiunta la distanza tra occhio e punto di stazione; 2) il piano che contiene la base ("pianta") del corpo da misurare e il piano che contiene il punto di stazione (entrambi paralleli al piano di terra) devono coincidere: altrimenti occorre aggiungere (o togliere) la loro distanza (per valutare quest'ultima, serve una operazione di livellamento, per la quale cfr. CAP. VII).

- Regola quinta: misurare un'altezza alla pianta della quale non ci si possa liberamente accostare.** (Fig. 7).

Si esegue una prima operazione di allineamento tra C, D e la sommità dell'altezza. Il filo a piombo tagli la scala delle ombre (di solito in questi casi si tratta delle ombre verse) in corrispondenza al valore a della graduazione. Allontanandosi

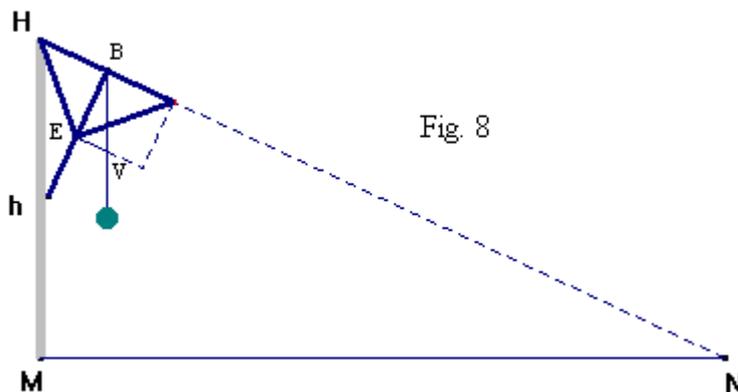


dalla base dell'altezza da misurare (o accostandosi ad essa), si ripete l'operazione,

ottenendo un valore b . Si calcoli $p = \frac{12}{a}, q = \frac{12}{b}$; sia d la lunghezza dello spostamento effettuato; vale la formula $h = \frac{d}{p - q}$: la differenza $p - q$ deve essere considerata in valore assoluto, h è l'altezza incognita.

La dimostrazione si deduce facilmente dalla Figura 7, considerando la similitudine tra i triangoli rettangoli PSH, BEa e i triangoli rettangoli QSH, BEb. (Il procedimento è analogo a quello descritto per le misurazioni eseguite col bastone di Giacobbe).

- **Regola sesta: misurare l'altezza di una torre posta su un monte, della quale si veda sommità e pianta.**
Con la regola sesta si misuri prima l'altezza del monte, poi quella del monte e della torre insieme; si faccia infine la differenza dei due valori trovati.
- **Regola settima: misurare una distanza fra due punti posti in qualsivoglia sito.**
Su uno dei due punti si innalzi "a piombo" (cioè perpendicolarmente al piano di



terra) un'asta di misura nota. Con l'occhio alla sommità di essa, si pongano in linea retta le braccia del radio e il secondo estremo della distanza da misurare. Il filo a piombo cadrà (quasi sempre) sulla scala dell'ombra versa, in corrispondenza alla graduazione segnata col numero v . Sia $x =$

MN la lunghezza incognita; risulta (Figura 8), dai triangoli simili HMN e BEV, $x = \frac{12}{v} h$ (***) essendo $h = MH$ la lunghezza dell'asta. Ricordare: 1) se la distanza

MN non è perfettamente in piano, occorrerà livellare (cfr. CAP. VII); 2) se la distanza MN è molto grande, occorre una asta lunga (meglio una torre o un albero) per ottenere misure precise.

- **Regola ottava: misure di profondità (ad esempio di un pozzo a sezione circolare).**

Dopo aver appoggiato uno dei traguardi delle braccia sull'orlo del pozzo, attraverso il secondo traguardo si prende di mira il fondo. Lo strumento è in un piano verticale, che determina, incontrando il pozzo, una sezione rettangolare; il

punto preso di mira sul fondo e il punto dell'orlo cui è appoggiato il primo traguardo sono vertici opposti di questo rettangolo. Sia v il numero che contrassegna l'intersezione tra filo a piombo e scala delle ombre. Vale ancora la formula (***) della precedente regola, dove h rappresenterà in questo caso il diametro del pozzo.

CAP. II (Misura di altezze senza la scala altimetre). In tutte le operazioni descritte in questo capitolo si userà (per le misure) la faccia dello strumento in cui braccia, gambe e asta sono state divise in parti uguali (opposta a quella in cui sono segnate le scale altimetre).

- **Regola prima: vale nel caso in cui si può accostare alla base (o pianta) dell'altezza da misurare.**

Si mette "a livello" l'asta del radio: ciò si ottiene (Figura 9) facendo sì che il filo a



fig 9

piombo, uscendo da B, passi per C. Si prenderà di mira la sommità dell'altezza attraverso i traguardi della gamba destra AB. Si farà scivolare la perlina

infilata nel filo fino al punto D (incrocio tra il filo stesso e l'asta). Sovrapponendo il filo alla gamba AB (con una rotazione attorno a B) si valuterà la lunghezza del tratto BD, compreso tra B e la perlina, servendosi dei tratti equidistanti segnati su AB. Con la stessa unità di misura si valuta la distanza AD. Poichè i triangoli ADB e GFE sono simili, misurando GF si può ricavare FE (altezza incognita): si conosce infatti il rapporto di similitudine. (Occorre ricordarsi di aggiungere l'altezza dell'osservatore). Questa operazione di misura è caratteristica del radio latino: *“nessun altro strumento abbiamo che al primo tratto con tanta facilità e prestezza ci mostri, senza fare moltiplicazione o divisione alcuna, la ragione che tutti e tre i lati del triangolo hanno fra di loro”*.

- **Regola terza: con la quale si può misurare qualsivoglia altezza, senza accostarsi alla sua base o pianta.**

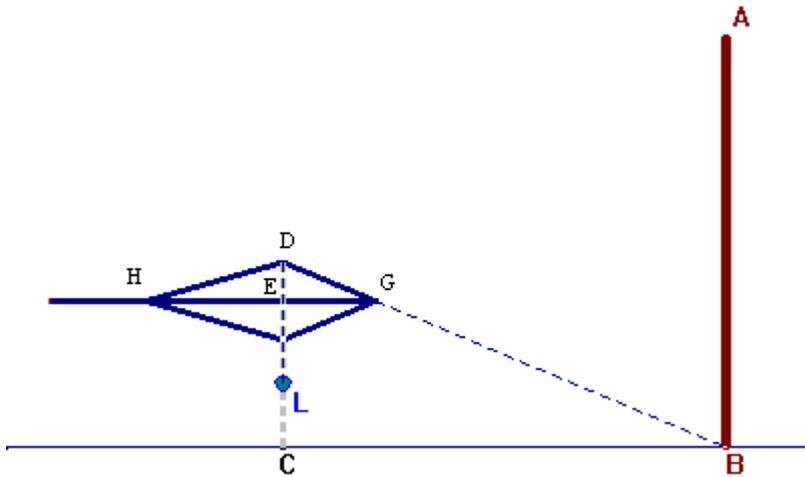


Fig. 10

Si procederà come nella regola precedente: ma ora immaginiamo che sia impossibile valutare direttamente la distanza tra il punto di stazione e la base dell'altezza. Con riferimento alla Figura 10 (dove AB è l'altezza da misurare e CB la distanza fra AB e il piede C dell'operatore): si alzi verticalmente lo strumento fino al punto

D (quanto maggiore sarà CD, tanto più precisa la misurazione); posta l'asta GH a livello, si prenda di mira, attraverso i traguardi del braccio DG, il punto B, in modo che il filo a piombo caschi sul punto C. Allora i triangoli DEG e DCB saranno equiangoli: conoscendo (dalle graduazioni equidistanti incise sullo strumento) il rapporto di similitudine, dalla lunghezza del tratto CD si ricava CB, e quindi (applicando la regola prima) l'altezza incognita AB.

CAP. IV. (Misura della larghezza di un fiume, o di qualsiasi altra distanza)

Anche il Cap. III è dedicato allo stesso tema. Ma qui il procedimento illustrato nella seguente "regola prima" permette di operare in due tempi: 1) rilevamento "a distanza" dei **dati sperimentali**; 2) **elaborazione dei dati** su un disegno in scala.

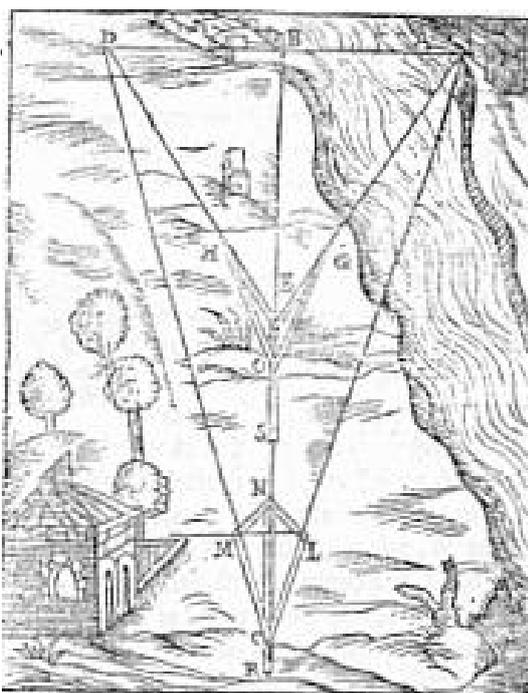


fig 11

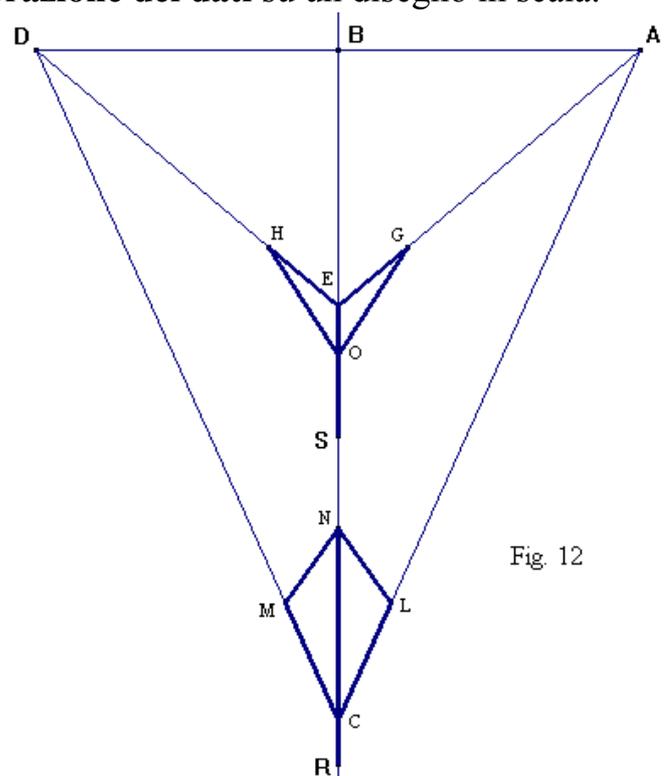


Fig. 12

Pima fase: si pone l'estremità del radio in R; si prendono di mira il punto A (con i traguardi della gamba CL) e il punto B (con i traguardi dell'asta CN); si tiene nota del numero che, sulla graduazione dell'asta CN, caratterizza la posizione C della guida. Lasciando un segno in C, e spostandosi lungo la retta CB, si porta l'estremità del radio in S (al di sopra di R, più vicino ad AB); mettendo le braccia dello strumento in dentro o in fuori (è lo stesso) si prendono nuovamente di mira A (con i traguardi del braccio EG) e B (con i traguardi dell'asta OE); si tiene nota del numero che, sulla graduazione dell'asta OE, caratterizza la posizione O della guida. Infine, si misura la distanza EC (i punti E, C, B sono allineati).

Seconda fase: si ridà allo strumento la configurazione che aveva in R; lo si appoggia su un foglio di carta; si tracciano le rette CN, CL, CM, segnando sulla carta il punto C (dove si trova la guida). Si appoggia lo strumento sulla retta CN, in una posizione scelta ad arbitrio (al di sopra della precedente) dandogli la medesima configurazione che aveva (nella prima fase) in S; si tracciano le rette EG, EH (OE coincide con CN) fino ad incontrare CL in A e CM in D. Si traccia AD che interseca in B la retta dei punti C, N, O, E. Si ottengono così sulla carta i (piccoli) triangoli ABC, ABE, DBC, DBE simili a quelli (grandi) “*fatti con la vista*” nella prima fase dell'operazione di misura (è una riproduzione in scala della realtà). Si divide CE (segmento tracciato sulla carta) in un numero di parti uguali a quelle indicate dal numero che misurava la distanza CE (sul terreno); con questa nuova unità di misura si ricava la lunghezza dei lati di tutti i triangoli disegnati. Ricavato così il rapporto di similitudine, si ottiene l'incognita AB.

CAP. V. (Misura di distanze) Il procedimento descritto in questo capitolo mostra la utilità del quinto traguardo (mobile lungo le aste).

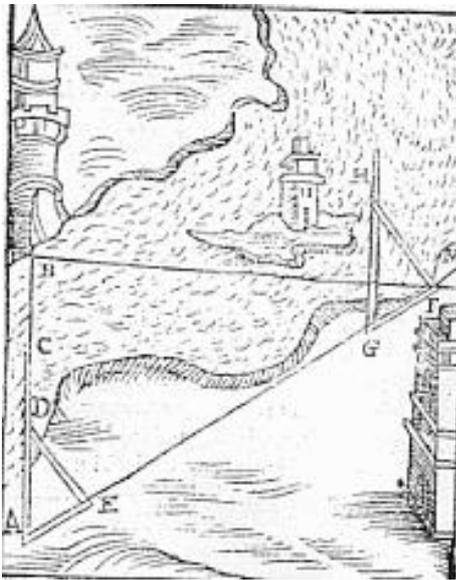


fig 13

- **Regola prima.** Con riferimento alla Figura 13: sia AB la distanza da misurare; fatta una prima stazione nel punto A, si prenda di mira il punto B attraverso i traguardi dell'asta AD; si tracci sul terreno la linea retta AM individuata dal braccio AE; si fermi la guida (con la sua vite) in D, in modo che lo strumento conservi la sua forma in tutte le operazioni successive. Si sposti ora il radio lungo la linea AM fino a un conveniente punto F: il braccio AE sarà ora nella nuova posizione GF (attraverso i traguardi G, F si deve vedere il punto iniziale A). Si sposti sull'asta il traguardo mobile fino a un punto I che sia allineato con F e con B (dal traguardo F, attraverso quello mobile collocato in I, si vedrà allora B). Si misuri il rapporto tra le distanze FG e GI (usare le graduazioni equidistanti presenti sui lati del radio). Il medesimo rapporto esiste tra FA e AB. Misurando FA, si ottiene la distanza incognita.

CAP.VI. (Come si misuri qualsivoglia profondità). Entrambe le regole che esporremo sono illustrate dalla Figura 14

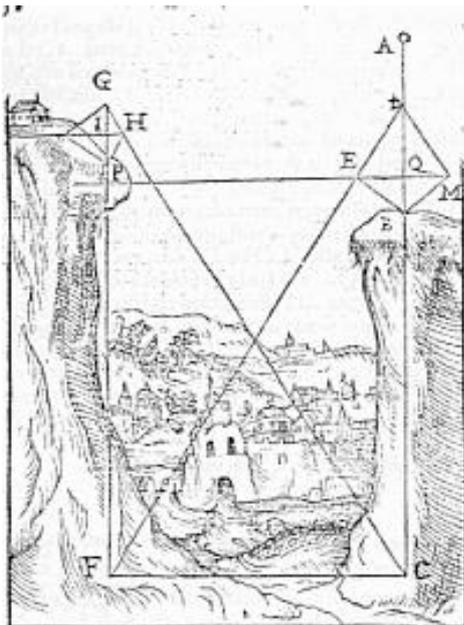


fig 14

- **Regola prima.** Si sospende lo strumento a piombo in corrispondenza alla profondità che si vuol misurare (in Figura, a destra, da A cade verticalmente verso C). Si sposta la guida fino a quando, per i traguardi della gamba DE, si veda il punto F della profondità. Misurata (con una delle precedenti regole) la distanza $PQ = FC$ avremo (per la similitudine dei triangoli DEQ, DFC) la profondità QC.

- **Regola seconda.** Si mette lo strumento a livello, e si lascia cadere il filo a piombo GP lungo la verticale che conduce al punto F della profondità. Si sposta la guida fino a quando, dai traguardi del braccio GH, si vede C. L'operazione sarà poi in tutto simile alla

precedente, perchè i due triangoli GIH, GFC sono simili.

A questo punto, ecco il commento di E. Danti. “Credo di poter indubitabilmente affermare, che questo radio latino trapassi tutti gli altri strumenti del mondo nella varietà delle sue operazioni, atteso che con esso si operi aperto, serrato del tutto, mezzo serrato, che formi un sol triangolo, come al capitolo quinto si è fatto; inoltre con esso si opera stando in piano a livello, stando inclinato in sù o in giù, e stando sospeso a piombo con il capo in sù o in giù, il che non accade a nessun altro strumento”.

CAP. VII. (Come si livelli qual si voglia cosa).

- Col radio si può facilmente livellare in due modi (Figura 15): “nell’uno, ponendolo in piano, e nell’altro, tenendolo sospeso...; nella Figura si vede che con il piombo i quattro strumenti sono posti a livello, il primo sospendendolo per il manico dal punto A stando in piano le braccia BC; negli altri tre stando in piano l’aste EF, KM, PQ: di modo che traguardando per le mire BC, EF, KM, PQ vedremo la differenza delle altezza tra un luogo e l’altro giustamente”.

Le istruzioni dell’Orsini sono qui estremamente rapide e scarse. Ma nella lunga annotazione che segue, E. Danti avverte:



fig 15

“Credo del certo, che la più difficile operazione che possa fare l’ingegnere sia quella del livellare, perchè nel mettere in piano qual si voglia strumento è cosa difficilissima, non potendo il senso molto esattamente discernere le minime differenza, oltre che infiniti accidenti possono farci riuscire le nostre operazioni men giuste.” Detto questo, egli elenca varie possibili cause di errore, e fornisce consigli per ben misurare.

CAP. VIII. (Come si possa levare la pianta di qual si voglia edificio o sito al quale ci possiamo accostare).

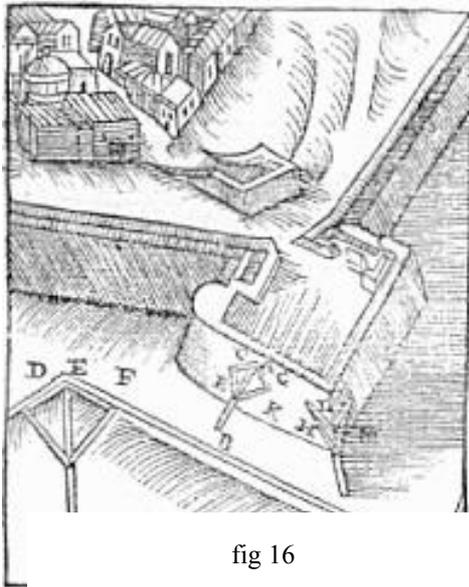


fig 16

- Volendo ricavare la pianta di un qualche edificio o sito al quale ci si possa accostare, si dovranno determinare, nel modo illustrato nella Figura 16, tutti gli angoli “*tanto esteriori come anche interiori, notando i gradi che sono segnati dalla guida; oppure fermeremo la guida con la vite, e trsporteremo gli angoli sulla carta: così si leverà ogni pianta molto più fedelmente che con qual si voglia altro strumento*”. Ci si potrà anche aiutare dotando il radio di due regoli lunghi, per abbracciar meglio gli angoli. Sarà anche utile una bussola, vincolata al manico dello strumento, per orientare correttamente ogni parte della pianta.

• Ricavare una pianta “da lontano, senza accostarsi” è invece una operazione molto più difficile. A questo problema E. Danti dedica una lunga nota, anch’essa interessante per la storia dei rilevamenti topografici, eseguiti con successive triangolazioni: egli ricorda che si servì personalmente del radio latino (trovandolo molto comodo) “*nel levare, per comandamento di Papa Gregorio XIII, le piante delle Provincie della Romagna, di una parte dell’Umbria, del Lazio, di Sabina, del territorio di Bologna e Perugia*”.