

Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento formazione e apprendimento

SUPSI

LAVORO DI DIPLOMA

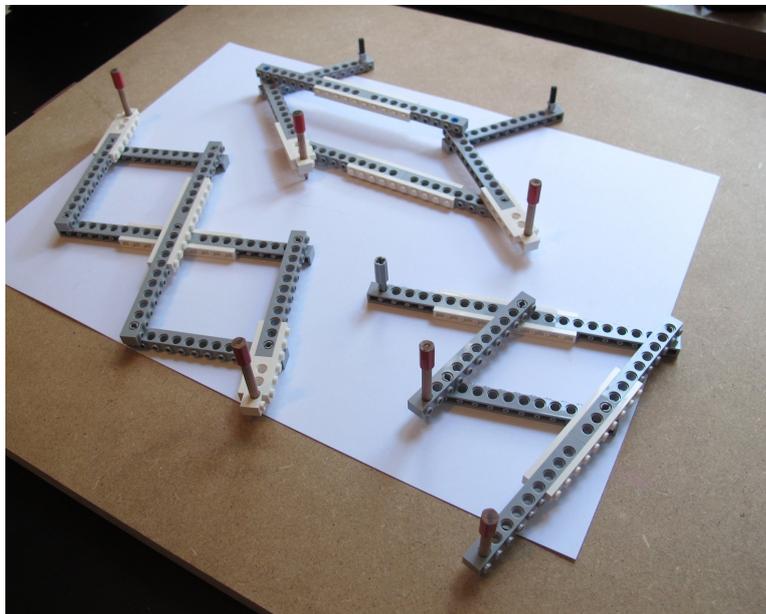
DANIELE KUEH

MASTER OF ARTS SUPSI IN SECONDARY EDUCATION

ANNO ACCADEMICO 2010/2011

MACCHINE MATEMATICHE

ASPETTI METODOLOGICI A CONFRONTO



RELATRICE

SILVIA SBARAGLI

Numero di caratteri lavoro di diploma: 60885

Abstract

Dati personali

Daniele Kueh, Master of arts SUPSI in Insegnamento nella scuola media.

Email e telefono privato: daniele.kueh@gmail.com, +41/763897530

Progetto

Titolo del lavoro di diploma: Macchine matematiche, aspetti metodologici a confronto.

Relatrice: Prof.ssa Silvia Sbaragli

Descrizione del lavoro di diploma

Questo lavoro presenta un esperimento didattico svolto sull'arco di due mesi in una classe di seconda media. L'esperimento è fondato sulle ricerche condotte dal Laboratorio di Macchine Matematiche di Modena, il cui obiettivo è di favorire l'utilizzo in classe di macchine matematiche del passato come strumento didattico per migliorare l'apprendimento. L'utilizzo a livello manuale in piccoli gruppi e la discussione matematica con la classe, fanno della macchina matematica un ottimo strumento di mediazione semiotica per comprendere meglio il concetto matematico trattato. Questo lavoro propone due approcci differenti per l'utilizzo di macchine matematiche. Nel primo percorso didattico la sperimentazione della macchina conduce gli allievi ad elaborare una sintesi teorica, dalla pratica alla teoria; il secondo percorso didattico prevede un approccio di tipo inverso: dalla teoria alla pratica e si basa sulla progettazione di una macchina partendo da conoscenze teoriche precedentemente acquisite.

I risultati ottenuti attraverso gli strumenti di osservazione e d'indagine dimostrano l'efficacia dei percorsi didattici e dell'uso delle macchine. Inoltre, ne rivelano i vantaggi in termini di aumento di motivazione, di collaborazione e cooperazione tra allievi, tutte componenti essenziali che hanno contribuito a facilitare la fase di apprendimento, migliorare il clima di classe e lo sviluppo di competenze extra-disciplinari, quali i saper-essere.



Sommario

1. Introduzione	1
1.1 La mia motivazione.....	1
1.2 Le macchine matematiche e gli obiettivi di ricerca	1
2. Quadro teorico.....	3
2.1 Artefatti.....	3
2.2 La mediazione semiotica	4
2.3 Perché l'uso di un artefatto	5
2.4 Il ciclo didattico	6
2.5 La discussione matematica	7
3. Un approccio metodologico alternativo.....	9
3.1 Introduzione	9
3.2 La concezione di un artefatto primario come obiettivo.....	9
3.3 Un nuovo ciclo didattico	10
4. Domande di ricerca.....	13
5. Ipotesi di ricerca	15
6. Metodologie di ricerca	17
6.1 Introduzione	17
6.2 Osservazioni sulla classe	17
6.3 Fasi di ricerca.....	18
7. Risultati della ricerca	21
7.1 Commenti ai percorsi didattici svolti in classe	21
7.1.1 Il percorso didattico <i>ricercatore</i>	21
7.1.2 Il percorso didattico <i>inventore</i>	22
7.2 Risultati dei questionari.....	26
7.2.1 Questionario di valutazione – Percorso didattico <i>Ricercatore</i>	26

7.2.2 Questionario di valutazione – Percorso didattico <i>Inventore</i>	29
7.3 Discussione in classe sui percorsi affrontati	33
7.3.1 Analisi della discussione	33
8. Conclusioni	35
9. Bibliografia	39

Indice Allegati

- A1. Metodologia
- A2. Percorso Ricercatore: Esplorazione di macchine matematiche
- A3. Percorso Ricercatore: Questionario di valutazione 1
- A4. Percorso Inventore: La Traslazione
- A5. Percorso Inventore: La simmetria centrale
- A6. Percorso Inventore: Costruzione di macchine matematiche
- A7. Percorso Inventore: Questionario di valutazione 2
- A8. Discussione finale in classe

1. Introduzione

1.1 La mia motivazione

Il lavoro di diploma che ho deciso di sviluppare si basa su due aspetti che ritengo siano spesso poco valorizzati nell'insegnamento della matematica: il primo riguarda l'aspetto storico delle scienze, il secondo riguarda la costruzione della conoscenza attraverso l'esperienza pratica; aspetti per i quali nutro personalmente un particolare interesse.

Ho sempre pensato che fosse importante dare un senso pratico a quello che si fa in classe, mostrare agli allievi in quale modo le conoscenze apprese siano importanti per la costruzione di tutto ciò che ci circonda nella nostra quotidianità. In particolare faccio riferimento ai pensieri di due pedagogisti; la “pedagogia popolare” di Freinet, la quale si basa sull'impegnare attivamente gli allievi con attività pratiche per le quali hanno una forte motivazione; e il pensiero filosofico sull'educazione di Dewey, il quale si oppone ad una concezione educativa tradizionale basata sulla trasmissione di un sapere statico, codificato e distaccato dall'esperienza. Precisamente, Dewey promuove un'educazione basata sulle capacità effettive degli allievi, che tenti di svilupparne le potenzialità attraverso un sapere legato all'esperienza, esperienza dalla quale gli allievi risalgano dinamicamente alle teorie. Lo studente non solo deve avere un ruolo attivo, ma deve essere un elemento vivo e naturale che interagisce in prima persona nel processo di acquisizione del sapere. In alcuni casi l'approccio puramente teorico può portare l'allievo a dissociare i concetti dalla realtà, creare un possibile collegamento, un ponte, che unisca la disciplina pura della matematica con il mondo reale in cui viviamo può condurre gli allievi, oltre ad una comprensione polivalente, ad una visione migliore della materia.

1.2 Le macchine matematiche e gli obiettivi di ricerca

Questo lavoro di ricerca si basa principalmente sugli studi e gli esperimenti didattici condotti dal Laboratorio di Macchine Matematiche del Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia. Il quadro teorico proposto, così come alcune delle progettazioni didattiche e le varie fasi di sperimentazione, si sviluppano intorno ai costrutti teorici di Bartolini Bussi e Maschietto, in particolare fanno riferimento al libro “Macchine Matematiche dalla storia alla

scuola” (Bartolini Bussi e Maschietto, 2006).

Gli aspetti sui quali si vuole indagare attraverso il lavoro di ricerca sono essenzialmente due: - il primo riguarda la rilevazione dell'efficacia dell'impiego di macchine matematiche del passato all'interno del processo di apprendimento. I risultati delle ricerche condotte da Bartolini Bussi e Maschietto dimostrano che l'uso in classe degli artefatti conduce a dei benefici in quanto mediatori semiotici. Per mezzo di questa ricerca si vuole indagare non solo sull'aspetto cognitivo in termini di sapere acquisito, ma anche su ulteriori vantaggi o svantaggi che si possono osservare, ovvero il clima di classe, lo sviluppo dei saper-essere, la cooperazione tra allievi, l'aumento di motivazione, i tempi di concentrazione: componenti essenziali che contribuiscono a facilitare e migliorare la fase di apprendimento.

Il secondo aspetto su cui si vuole indagare è l'approccio metodologico per mezzo del quale sfruttare le potenzialità di questi strumenti. Nella fase di sperimentazione gli allievi affronteranno due itinerari didattici con percorsi “inversi”. Si tratta concettualmente di ripercorrere con essi, in modo semplificato, due fasi del metodo scientifico: ovvero, dalla sperimentazione empirica all'elaborazione di un modello teorico, ed il percorso inverso, che conduce dall'apprendimento dei concetti teorici alla progettazione e costruzione di uno strumento pratico. Risulta interessante osservare in che modo vengano affrontati questi percorsi didattici dagli allievi e in particolar modo come loro stessi percepiscano in termini di efficienza e motivazione questi due approcci metodologici.

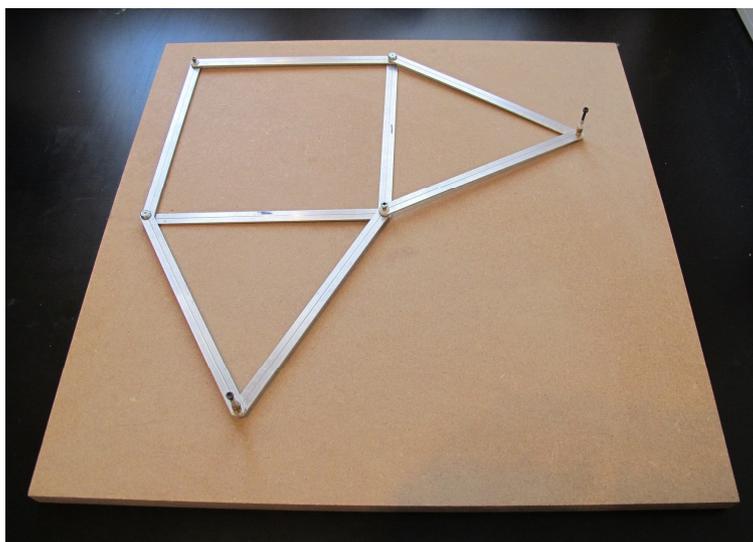


Figura 1 - Pantografo di Sylvester

2. Quadro teorico

Oltre alle riflessioni e ai costrutti teorici di Bartolini Bussi e Maschietto all'interno del libro “Macchine matematiche”, le teorie di Vygotskij rappresentano un riferimento necessario per la realizzazione del quadro teorico. Vygotskij, nel corso delle sue ricerche, ha posto l'attenzione sulla funzione degli strumenti tecnici oltre che di quelli psicologici, strumenti che trasmessi socio-culturalmente rivestono un ruolo fondamentale nei processi di sviluppo. Gli strumenti infatti non si limitano ad agire sul mondo esterno ma inducono trasformazioni all'interno del soggetto che li utilizza, inoltre incorporano elementi importanti del sapere culturale che l'uomo nel corso della sua evoluzione ha elaborato. “Gli strumenti hanno dunque radici storiche e vengono messi a disposizione del bambino da parte degli adulti. Il bambino si appropria così della cultura e del sapere, interiorizzandoli. Gli strumenti sono quindi unità culturali legati alla storia, ma diventano unità sociali, integrate dal bambino tramite i processi interattivi” (Crivelli, 2009). Proprio l'interazione tra pari costituisce parte del nucleo fondante per la progettazione del percorso didattico sviluppato ai fini della ricerca.

2.1 Artefatti

Gli esperimenti didattici di questa ricerca si basano fondamentalmente sul utilizzo in classe di artefatti. Secondo Wartofsky (1979, citato da Bartolini Bussi e Maschietto, 2006, p.63) distinguiamo i prodotti esterni dell'attività collettiva umana in artefatti primari, secondari e terziari:

- Gli artefatti primari sono gli strumenti tecnici che vengono orientati verso l'esterno, direttamente usati per scopi intenzionali. Un esempio classico di artefatto primario è il compasso, anche un software moderno di geometria dinamica è considerato un artefatto primario.
- Un artefatto secondario viene definito come uno strumento psicologico che viene orientato verso l'interno, e usato nel mantenimento e nella trasmissione di specifiche competenze tecniche acquisite. Esempi di artefatti secondari sono la scrittura, tecniche di calcolo, trattati...
- Gli artefatti terziari sono le teorie matematiche che organizzano i modelli matematici,

gli artefatti terziari hanno perso ogni aspetto pratico legato allo strumento.

La transizione da artefatto primario ad artefatto terziario attraverso il ruolo giocato dagli artefatti secondari è l'obiettivo che si prefigge l'insegnante nella programmazione didattica.

All'interno dell'artefatto o dello strumento vi è racchiuso un sapere matematico, l'uso di tale strumento può evocare tali saperi nell'utilizzatore. L'utilizzo degli artefatti non conduce necessariamente ad un beneficio a chi ne fa uso, possiamo fare l'esempio di una calcolatrice, permette di eseguire operazioni matematiche complesse anche a chi non ne conosce il significato, si dice in questo caso che lo strumento risulta "opaco". Sta dunque all'insegnante il compito di progettare delle situazioni didattiche nelle quali avviene una transizione dei significati matematici dall'artefatto all'utilizzatore, lo strumento deve essere un mediatore semiotico, esso deve diventare "trasparente" rispetto al sapere matematico in gioco.

2.2 La mediazione semiotica

Abbiamo citato l'importanza delle teorie di Vygotskij per l'elaborazione dei costrutti teorici su cui si fonda la costruzione degli esperimenti didattici del Laboratorio di Macchine Matematiche e di questa ricerca. In particolare facciamo riferimento a tre costrutti fondamentali di Vygotskij:

- La zona di sviluppo prossimale.
- L'interiorizzazione.
- La mediazione semiotica.

La Zona di Sviluppo Prossimale (ZSP) viene definita da Vygotskij (1934) come:

[...] la distanza tra il livello attuale di sviluppo, che possiamo determinare attraverso la capacità di un bambino nel risolvere da solo un problema, e il livello potenziale di sviluppo, che possiamo determinare attraverso la capacità di risolvere un problema quando il bambino è assistito dall'adulto o collabora con altri bambini più esperti [...]

Le attività didattiche di questo esperimento sono programmate in modo tale che gli allievi lavorino all'interno della ZSP, la modalità di lavoro di gruppo permette ai soggetti di raggiungere obiettivi e risolvere problemi attraverso la collaborazione, la discussione e il confronto tra pari, o con l'aiuto di adulto.

Nella ZSP lo sviluppo cognitivo del soggetto è modellato dal processo di interiorizzazione. Il processo di interiorizzazione è il meccanismo essenziale nella costruzione

del sapere. Esso viene definito da Vygotskij come la ricostruzione interna di un'operazione esterna, in altre parole è il processo in cui l'allievo esegue una trasposizione dell'esperienza sociale condivisa (dal piano interpsicologico) in costruzione interna del sapere individuale (al piano intrapsicologico).

Gli allievi sottoposti ad un'esperienza socialmente condivisa entrano necessariamente in una dimensione comunicativa che coinvolge la produzione e interpretazione dei segni. Segni e strumenti sono per Vygotskij (1978, citato da Mariotti, 2004, p.4) prodotti della cultura umana, i segni hanno la funzione di strumento durante le attività psichiche. Un semplice esempio di strumento è il linguaggio, esso è il più importante strumento psicologico. Gli strumenti hanno una duplice funzione, possono essere orientati verso l'esterno per permettere l'azione, la cui conseguenza è quella di trovare una soluzione ad un problema pratico, oppure possono essere orientati internamente, controllano e dirigono tale azione. “Secondo le teorie di Vygotskij la mediazione semiotica ipotizza un legame tra la classe degli strumenti, usati per risolvere problemi pratici e la classe di quei costrutti mentali, che Vygotskij chiama segni o strumenti psicologici, e che in alcuni casi hanno fornito la base potenziale alla sistemazione matematica” (Mariotti, 2004).

2.3 Perché l'uso di un artefatto

Gli artefatti primari che vogliamo proporre all'interno di una situazione di apprendimento hanno una caratteristica importante, sono dotati di *polisemia*. L'artefatto infatti ha un doppio legame semiotico, innanzitutto è collegato ad una specifica conoscenza matematica e culturale, d'altra parte l'artefatto fornisce i mezzi di soluzione adatti all'utilizzatore di raggiungere un compito specifico. Si tratta dunque di mettere l'allievo in condizione di sfruttare il sistema di relazioni che vi è tra artefatto, compito e sapere matematico. Quello che interessa principalmente al docente è la costruzione di un significato, per facilitare questo processo abbiamo ipotizzato l'inserimento di un artefatto all'interno della classe. L'inserimento dell'artefatto non implica necessariamente un'evoluzione del processo cognitivo, ma dipende l'uso che ne fa il docente e il modo in cui lo inserisce nella programmazione didattica. Il ruolo del docente è fondamentale, perché oltre a programmare l'attività didattica deve agire in classe come mediatore culturale, cioè “utilizza l'artefatto per mediare contenuti matematici: l'insegnante utilizza l'artefatto come strumento di mediazione semiotica” (Bartolini Bussi e Mariotti, 2009). “Gli artefatti culturali, poiché dotati di polisemia, diventano degli ottimi candidati per sostenere e stimolare discussioni

matematiche in classe, orchestrate dall'insegnante” (Bartolini Bussi e Mariotti, 2006). Il ruolo dell'artefatto è quello di fungere da catalizzatore, che conduce alla produzione individuale e condivisa di segni, e che porti gli allievi a farne soggetto di una discussione matematica che sia utile a tutti. “L'obiettivo principale dell'insegnante è quello di promuovere il movimento verso segni matematici, tenendo in considerazione i contributi individuali e sfruttando i potenziali semiotici che provengono dall'utilizzo di particolari artefatti.” (Bartolini Bussi e Mariotti, 2009)

2.4 Il ciclo didattico

Lo sviluppo potenziale della mediazione semiotica di un artefatto può avvenire se la sequenza didattica di apprendimento viene organizzata in modo efficace dall'insegnante, il ciclo didattico proposto da Bartolini Bussi e Maschietto (2006) è un modello di sequenze didattiche che sfrutta in modo ottimale le potenzialità intrinseche di un artefatto. Nel ciclo didattico proposto gli allievi vengono innanzitutto messi a confronto con un artefatto primario attraverso un compito, gli allievi iniziano a produrre segni specifici in relazione all'uso di tale artefatto. Questa attività avviene preferibilmente in gruppo, per promuovere lo scambio di opinioni e rendere l'esperienza sociale. In seguito gli allievi passano ad un processo di interiorizzazione cognitiva lavorando sulla produzione individuale di segni, produzioni scritte del funzionamento dell'artefatto e rappresentazioni grafiche. Il ciclo didattico si chiude con una discussione collettiva tra pari, è necessario che gli allievi confrontino le proprie produzioni di segni per sviluppare una produzione collettiva di segni.

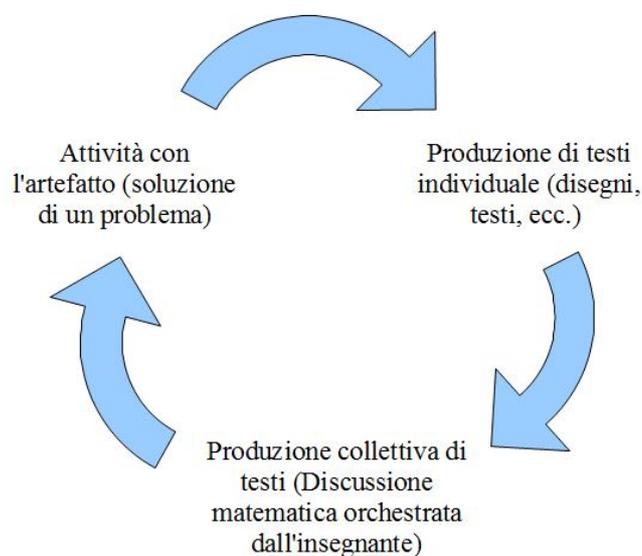


Figura 2 - Il ciclo didattico (Bartolini Bussi e Mariotti, 2009, p.20)

2.5 La discussione matematica

Le discussioni matematiche collettive sono fondamentali per il processo di insegnamento-apprendimento e rappresentano il nucleo fondamentale del processo semiotico. La discussione matematica viene definita da Bartolini Bussi (2005) come “polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura, ecc.) che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento-apprendimento”. All'interno di queste voci ci deve essere anche quella dell'insegnante, che si fa rappresentante della cultura matematica. Per il termine voce si intende “una forma di discorso e di pensiero che rappresenta il punto di vista di un soggetto, il suo orizzonte concettuale, il suo intento e la sua visione del mondo” (Bachtin, 1968, citato da Bartolini Bussi e Maschietto, 2006, p.79).

Metaforicamente l'insegnante durante la discussione matematica è mediatore e come un direttore d'orchestra dirige un coro di voci che si fondono per produrre un' unica musica. Possiamo immaginare la classe come un'orchestra, al suo interno vi sono strumenti con timbriche diverse, vi sono solisti e vi sono strumenti che si limitino ad accompagnare, ma ognuno di essi contribuisce in modo fondamentale alla riuscita di un'unica sinfonia.

Secondo Vygotskij (1987) “il processo di costruzione della conoscenza individuale viene generato da esperienze sociali condivise”, per questo motivo è importante che la discussione matematica avvenga in modo condiviso con i compagni di classe, l'emergere di tante voci permette di elaborare il proprio pensiero e di interiorizzarlo. Una discussione matematica è un buon esempio di quello che è la zona di sviluppo prossimale per i singoli allievi. Questo genere di attività organizzata in modo collettivo e orchestrata dall'insegnante conduce necessariamente ad una prestazione che non può essere considerata autonoma, ma frutto di uno scambio collettivo di idee, di segni individuali che permettono ad una rielaborazione interna e un arricchimento dei sensi personali. “Nel corso delle discussioni matematiche l'insegnante deve orientare i sensi personali costruiti dagli allievi (a partire da esperienze già condivise) verso il significato socialmente costruito al di fuori della classe. In questo modo, l'insegnante rappresenta la voce della cultura matematica esistente.” (Bartolini Bussi e Mariotti, 2009)

3. Un approccio metodologico alternativo

3.1 Introduzione

Bartolini Bussi e Maschietto propongono l'utilizzo in classe di artefatti seguendo un ciclo didattico ben definito. I vantaggi didattici dell'uso di artefatti vengono largamente dimostrati nei molteplici lavori di ricerca condotti dal Laboratorio di Macchine Matematiche. Partendo dagli interessanti risultati delle ricercatrici e dagli stimoli da loro lasciati, uno degli obiettivi di questa ricerca è quello di valutare la possibilità di adattare in parte le loro teorie e utilizzare un approccio metodologico alternativo. Si tratta dunque di stabilire se, utilizzando le macchine matematiche con modalità diverse da quelle proposte, sia possibile ottenere degli ulteriori vantaggi.

Durante lo sviluppo del lavoro di ricerca è stato ipotizzato sin dall'inizio un rovesciamento dell'uso di un artefatto come strumento didattico. Gli artefatti primari vengono usati spesso come mediatori semiotici per acquisire saperi matematici, la domanda era dunque se fosse stato possibile costruire uno strumento la cui funzione, oltre a quella prestabilita in quanto tale, diventi quella di strumento di mediazione semiotica rispetto ai saperi matematici che assumiamo come obiettivi didattici. Questa domanda "rovesciata" è già stata formulata da Michele Cerulli nel suo lavoro di tesi "L'algebrista" (2004).

3.2 La concezione di un artefatto primario come obiettivo

La questione del rovesciamento della domanda si rifà inoltre alla mia esperienza personale. Durante la mia esperienza professionale come ingegnere elettronico di sviluppo, ho imparato quanto sia formativo sviluppare un prodotto partendo dal principio. Nella progettazione di un prodotto si acquisiscono quotidianamente nuove competenze scontrandosi con i processi di sviluppo messi in atto e con gli errori che talvolta si commettono. Per raggiungere gli obiettivi stabiliti è necessario porsi sempre alla ricerca di nuove soluzioni, l'uso della creatività e dell'immaginazione diventano fondamentali. Il pensiero si sviluppa in principio in quanto idea, nasce dalle conoscenze teoriche già acquisite, ma lo sviluppo cognitivo del concetto progredisce parallelamente allo sviluppo dell'oggetto.

La costruzione di un artefatto deve diventare una fonte di controllo: davanti ad un

malfunzionamento o ad un'inefficienza occorre rivalutare quanto prodotto, risolvere gli eventuali problemi e migliorarne le funzionalità. Questo processo cognitivo induce ad una risistemazione interna dei saperi acquisiti. L'idea è di calare gli allievi nella parte di “ingegneri”, fornendo loro un obiettivo e i saperi matematici necessari per raggiungerlo. Come avviene in un'industria, gli allievi si devono organizzare in un team di sviluppo, all'interno del quale devono discutere, proporre idee e realizzare quanto pensato. La discussione matematica resta un nucleo fondamentale per il processo di apprendimento, essa deve ruotare intorno alla fase di progettazione e all'artefatto stesso. La macchina matematica realizzata, funzionante o no, diventa strumento di mediazione semiotica.

3.3 Un nuovo ciclo didattico

Nel secondo esperimento dunque, il ciclo didattico viene inevitabilmente alterato. Occorre inoltre rivalutare il ruolo dell'artefatto primario in gioco. Nella prima fase di sperimentazione abbiamo visto come l'artefatto primario possa essere potenzialmente un buon mediatore semiotico grazie ai suoi legami polisemici con il sapere che vogliamo trasmettere. In questa fase di sperimentazione l'artefatto non esiste, non ha un ruolo esplorativo ma diventa l'obiettivo su cui focalizzarsi. Si tratta dunque per l'allievo di attuare un processo inverso, l'uso degli artefatti secondari e terziari devono condurre alla costruzione di un artefatto primario. L'allievo si trova dunque nella condizione di dover trasporre il sapere matematico acquisito in precedenza, all'interno di un artefatto. Egli deve dunque riversare la sua conoscenza all'interno dell'oggetto perché possa essere utilizzato esternamente per svolgere in modo corretto la funzione prestabilita. In questo rovesciamento dei processi l'artefatto diventa quindi risultato dei propri saperi.

La realizzazione dell'artefatto comporta successivamente un suo utilizzo da parte del costruttore con una conseguente verifica della sua funzionalità. Attraverso la sperimentazione l'allievo si accorge dei limiti della propria macchina matematica e mette in discussione quanto prodotto per affinare e risistemare le sue idee. Avviene in modo spontaneo un processo di autovalutazione e di metacognizione, con conseguente rimediazione.

Riassumendo, il ciclo didattico utilizzato nella prima fase di ricerca viene ridefinito in questo modo: l'allievo o il gruppo di allievi mette in atto una produzione di segni personali, la produzione di segni e la conseguente costruzione dell'artefatto conduce ad una rivalutazione della produzione dei propri segni. Al termine di un ciclo operativo i vari gruppi della classe

presentano il loro artefatto, a questo punto avviene la discussione matematica. Proprio come nella fase precedente l'insegnante promuove la discussione dei prodotti, dei processi e orchestra la discussione matematica in modo da rilevare i procedimenti importanti per arrivare all'obiettivo, mette in evidenza i vantaggi e gli svantaggi delle soluzioni proposte. A partire da questa produzione di segni collettiva i gruppi possono ricominciare il ciclo didattico modificando e migliorando l'artefatto in base alle nuove conoscenze acquisite durante la discussione matematica. La programmazione didattica del secondo percorso proposto agli allievi si basa su questo nuovo modello di ciclo didattico.

4. Domande di ricerca

- D1: Quali sono gli aspetti positivi e negativi che possiamo osservare in una classe di seconda media durante un processo di apprendimento che prevede l'utilizzo di una macchina matematica per sviluppare e acquisire un sapere matematico teorico?
- D2: Quali invece gli aspetti positivi e negativi nel caso in cui gli allievi di una classe di seconda media devono raggiungere un obiettivo pratico, ovvero la progettazione e la costruzione di una macchina matematica per mezzo di conoscenze teoriche già acquisite?
- D3: Come percepiscono gli allievi i due diversi percorsi metodologici? Quale dei due valutano come più efficace e più motivante?

5. Ipotesi di ricerca

I1: Si ipotizza che l'utilizzo di macchine matematiche nel percorso didattico sarà uno stimolo per affrontare il nuovo argomento. La sperimentazione pratica è una componente didattica che contribuisce alla curiosità e all'aumento del tempo di concentrazione e di applicazione. Lo studio della macchina condotto in modalità di gruppo può condurre ad una migliore comprensione dell'argomento grazie ad uno scambio di opinioni tra pari. La discussione collettiva sarà facilitata dal fatto che tutti avranno condiviso la stessa esperienza, ogni allievo potrà dunque contribuire alla discussione con il proprio intervento. Il passaggio dall'esperienza alla formalizzazione scritta sarà meno motivante per gli allievi, riuscire ad ottenere in modo individuale una sintesi teorica non sarà facile e alla portata di tutti. La trasposizione teorica di quanto appreso risulterà un'operazione complessa poiché la formalizzazione necessita dell'uso coerente della terminologia matematica. Si pensa dunque che gli allievi svolgeranno l'attività conclusiva con meno entusiasmo e più difficoltà.

I2: Si ipotizza che affrontare il secondo percorso comporterà una difficoltà iniziale più elevata. Questa fase sperimentale obbliga l'allievo all'uso della creatività e dei saperi divergenti, competenze che vengono spesso meno sviluppate nel percorso formativo dello studente. Gli allievi si trovano sovente poco confrontati con attività di questo genere, poiché poco abituati all'uso della creatività.

L'obiettivo di costruire un oggetto concreto permetterà ai gruppi di confrontarsi tra essi su qualcosa di tangibile e visibile. Questo sarà uno stimolo in più per gli allievi. Prevedo che le discussioni sui prodotti finali saranno seguite con maggior interesse da tutti poiché inerenti ad una produzione personale, per questi motivi deduco che il tempo di attenzione e la partecipazione attiva saranno maggiori. Inoltre i vari gruppi saranno motivati a voler migliorare ulteriormente quanto prodotto, a rivalutare i propri errori e a porvi rimedio.

I3: Si ipotizza che nel secondo percorso, il raggiungimento dell'obiettivo possa condurre l'allievo ad una maggior soddisfazione personale, questo innanzitutto perché gli allievi saranno implicati nella costruzione di un oggetto, oggetto che non sarà lo stesso per tutti ma sarà frutto di un lavoro personale e creativo, quindi anche la componente agonistica non va sottovalutata perché potrebbe in qualche misura risultare ancora più stimolante per gli allievi. In termini di efficacia, gli allievi troveranno più utile confrontarsi con gli altri gruppi e riconoscere gli errori commessi nella progettazione del proprio artefatto. Valutare l'efficienza del proprio operato od individuare le lacune tecniche può risultare più stimolante e quindi più efficace per gli allievi dal punto di vista dell'apprendimento.

Si ipotizza che in entrambi i percorsi le macchine matematiche risultino uno strumento didattico efficace anche per migliorare la comprensione dell'argomento trattato, e che gli alunni saranno favoriti dall'introduzione di questa esperienza.

6. Metodologie di ricerca

6.1 Introduzione

La progettazione didattica degli itinerari si basa sulle teorie del socio-costruttivismo. L'obiettivo è di creare un ambiente di lavoro ottimale, all'interno del quale gli allievi dovranno imparare a cooperare e scambiare le proprie opinioni. Il processo di interiorizzazione dell'allievo deve essere stimolato dalla possibilità di riflettere su quanto si sta facendo e di confrontarsi con gli altri. Gli itinerari saranno dunque svolti in gruppi di lavoro composti da 4 o 5 allievi, che collaboreranno per raggiungere gli obiettivi prestabiliti. La fase di sperimentazione si svolgerà sull'arco di un paio di mesi.

Le varie fasi di ricerca prevedono l'utilizzo di macchine matematiche del passato, in particolare prenderemo in considerazione la famiglia di strumenti che realizzano isometrie (traslazioni, simmetrie assiali e simmetrie centrali).

6.2 Osservazioni sulla classe

La classe di seconda media con la quale verrà svolto l'esperimento didattico è composta da 18 allievi. La classe è eterogenea per competenze matematiche. Occorre osservare che in questa classe vi è poca unità e vi sono dinamiche interne che spesso portano al conflitto tra gli allievi. L'impressione generale dopo diversi mesi d'insegnamento, è che vi sia poca collaborazione e troppo individualismo. Ci si attende dunque che l'uso delle macchine matematiche, attraverso dei lavori di cooperazione conduca ad un clima migliore nel quale si possa lavorare e collaborare con profitto; e infondere inoltre una motivazione maggiore negli allievi, i quali hanno dimostrato sin dall'inizio dell'anno una certa ostilità e un disinteresse nei confronti della materia.

6.3 Fasi di ricerca

(Vedi allegato A1)

La sperimentazione in classe è stata suddivisa in due fasi distinte che chiameremo per comodità:

- percorso didattico *Ricercatore*
- percorso didattico *Inventore*

Per ogni percorso verrà trattata una trasformazione nel piano con un approccio metodologico differente.

Nel percorso *Ricercatore* gli allievi saranno condotti attraverso l'esplorazione di una macchina matematica del passato che permette la realizzazione di simmetrie assiali. Gli allievi dovranno scoprire le caratteristiche di questa macchina attraverso prove sperimentali, lo scopo di questa prima parte è di elaborare un pensiero e delle considerazioni sulle caratteristiche dell'oggetto, sulla sua utilità e sulla sua funzione. Questa fase avverrà per gruppi di lavoro e gli allievi saranno guidati nella sperimentazione delle macchine per mezzo di schede didattiche specifiche (vedi allegato A2). Partendo dalle considerazioni fatte in questa prima fase, gli allievi dovranno in seguito elaborare delle produzioni scritte personali sui concetti matematici appresi. Lo scopo del primo percorso didattico è tentare un approccio nel quale la sperimentazione empirica condivisa conduca ad una sintesi teorica individuale.

Il percorso didattico *Inventore* prevede invece un percorso di tipo “inverso”, gli allievi verranno a conoscenza di una nuova trasformazione isometrica nel piano per mezzo di una lezione frontale/dialogata (vedi allegati A4 e A5). In seguito verrà data loro la consegna di arrivare a concepire un oggetto che sia in grado di riprodurre tale isometria. Si tratta dunque di elaborare un processo cognitivo più creativo, basato sulla progettazione e sulla costruzione effettiva di uno strumento matematico. La fase di progettazione e costruzione verrà condotta in modalità di gruppo. Al termine della costruzione delle macchine matematiche, ogni gruppo dovrà presentare il proprio progetto e la propria macchina, illustrandone le funzionalità e l'efficienza. Gli allievi dovranno seguire le varie presentazioni e valutare in modo critico gli artefatti realizzati dagli altri gruppi di lavoro.

Per evitare che il vissuto dei ragazzi durante il primo percorso possa influenzare il secondo itinerario didattico, è necessario che tra la conduzione dei due esperimenti didattici

trascorra un tempo minimo di un mese.

Le due metodologie di apprendimento verranno analizzate e confrontate attraverso diversi strumenti d'indagine. Una prima raccolta dati avverrà durante i lavori di gruppo per mezzo di strumenti di osservazione, in cui si prenderanno nota dei comportamenti e dei processi cognitivi messi in atto nella fase di lavoro e nella fase di presentazione. Il secondo momento di raccolta dati avverrà al termine di ogni percorso didattico. Si intende indagare i processi, le attitudini, i sentimenti messi in gioco dagli allievi durante le fasi sperimentali. Verranno dunque distribuiti dei questionari (vedi allegati A3 e A7) attraverso i quali gli allievi potranno commentare in modo individuale quanto svolto in classe.

L'analisi dei dati raccolti dai questionari servirà come punto di partenza per l'impostazione di una discussione collettiva con la classe, discussione che ha come obiettivo quello di indagare in modo più approfondito i temi trattati. Al termine della fase di sperimentazione verrà infatti organizzata una discussione di gruppo durante la quale gli allievi valuteranno quale dei due approcci ritengono più efficace, con quale hanno riscontrato un maggior interesse e una maggiore motivazione. Per approfondire quanto emerso dai questionari personali il ricercatore focalizzerà la discussione sulle tematiche che risultano potenzialmente più interessanti ai fini della ricerca.

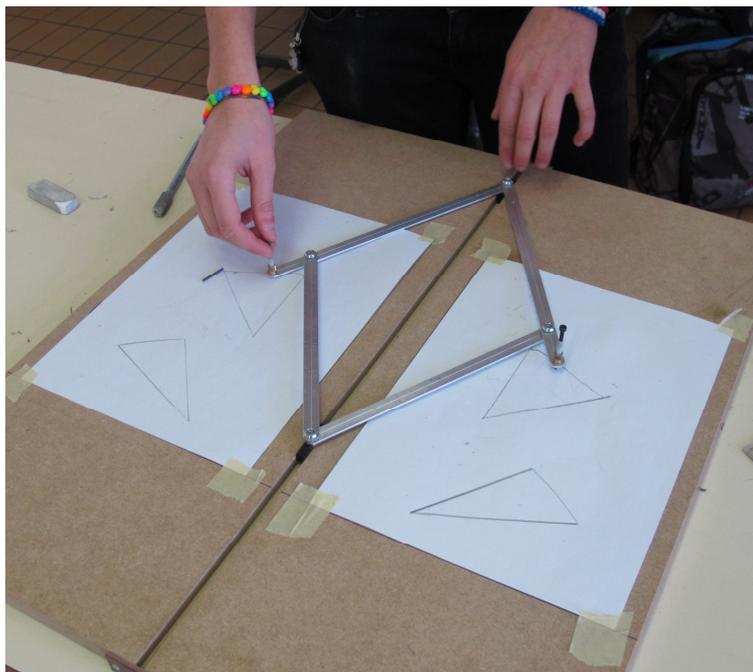


Figura 3 - Sperimentazione della macchina matematica

7. Risultati della ricerca

7.1 Commenti ai percorsi didattici svolti in classe

I seguenti commenti sulle lezioni svolte sono il risultato dell'osservazione del ricercatore in classe. Per la raccolta dati oltre ad un diario personale del ricercatore sono stati analizzati dei diari di bordo elaborati da ogni gruppo di lavoro.

7.1.1 Il percorso didattico *ricercatore*

Per affrontare il percorso didattico di *ricercatore* gli allievi sono stati suddivisi in quattro gruppi prestabiliti, eterogenei per competenze matematiche e comportamento.

Nella prima fase del percorso hanno potuto sperimentare liberamente la macchina che realizza le simmetrie assiali. Questo approccio didattico è stato una sorpresa per loro, la macchina matematica ha destato molta curiosità e la sperimentazione iniziale ha coinvolto gli allievi. All'interno del gruppo vi è stata una buona collaborazione per la fase manuale di disegno.

Al termine della sperimentazione libera i gruppi si sono riuniti attorno alla propria postazione e hanno cominciato a rispondere alle varie domande presenti sulle schede di lavoro. Purtroppo il clima all'interno di alcuni gruppi è andato via via deteriorandosi rendendo l'ambiente di lavoro sempre più difficile. In alcuni casi gli allievi più deboli si sono limitati a copiare quanto prodotto dagli altri componenti; i quali, invece di aiutare i propri compagni nell'affrontare il percorso, si sono infastiditi al punto tale da non voler più collaborare all'interno del gruppo. Diversi allievi sono stati ripresi verbalmente più volte per continuare il lavoro in modo efficiente. Gli allievi hanno lavorato con impegno unicamente durante le fasi di sperimentazione manuale della macchina matematica, hanno avuto invece molta difficoltà nell'elaborare in gruppo le schede teoriche.

Nella lezione successiva abbiamo condiviso in modo collettivo l'esperienza della lezione precedente, siamo entrati nelle fasi di discussione matematica, nella quale ognuno ha potuto condividere i propri segni. La discussione è stata mediata mettendo in risalto gli argomenti e i concetti più importanti. La discussione matematica è stata a mio avviso molto

formativa per gli allievi, poiché si è potuto fare un'istituzionalizzazione di quanto vissuto precedentemente e ha permesso di sviluppare collettivamente i concetti fondamentali necessari per elaborare la successiva sintesi teorica. Alla discussione hanno partecipato quasi tutti gli allievi, ognuno ha condiviso socialmente l'esperienza acquisita attraverso l'utilizzo della macchina, la quale oltre che da stimolo ha svolto il suo ruolo di mediatore semiotico verso i saperi matematici in gioco.

L'ultima fase del percorso si è svolta in modo individuale, ogni allievo ha dovuto elaborare delle sintesi teoriche di quanto appreso durante il percorso. Questa fase è stata a mio avviso poco motivante per gli allievi, poiché la fase di scrittura non è gradita alla maggior parte di essi. Inoltre come previsto questa fase ha creato parecchie difficoltà alla maggior parte degli allievi, la difficoltà principale è stata quella di trovare i termini giusti per descrivere una procedura e per definire un concetto matematico. Leggendo i prodotti degli allievi ci si accorge di una povertà di linguaggio e della mancanza di precisione. Rimango sorpreso negativamente da questi risultati poiché durante la fase di discussione matematica gli allievi hanno dimostrato di aver colto gli elementi essenziali dell'argomento trattato. Dal punto di vista motivazionale, vi è stato un grande entusiasmo iniziale, dovuto alla sperimentazione manuale, ma che è andato lentamente scemando con lo svolgimento del percorso.

7.1.2 Il percorso didattico *inventore*

La prima parte del percorso prevedeva un'introduzione teorica in modalità frontale/dialogata. La lezione si è svolta sull'arco due unità didattiche. A mio avviso gli allievi non hanno mostrato particolari difficoltà nell'apprendere questo nuovo argomento.

Prima di avviare la fase sperimentale è stata proposta un'introduzione storica che potesse essere di stimolo allo svolgimento dell'attività. Poiché gli allievi avevano come obiettivo quello di progettare e costruire una macchina matematica per mezzo di LEGO, nella fase introduttiva si è discusso di inventori celebri, di invenzioni d'importanza storica e di aneddoti curiosi. L'introduzione storica sulle invenzioni è stata molto apprezzata, i ragazzi hanno ascoltato i racconti con grande interesse e partecipazione. Questa fase introduttiva ha occupato molto più tempo di quello previsto poiché gli allievi erano molto stimolati dalla discussione. L'introduzione al percorso ha sicuramente avuto un influsso positivo sul coinvolgimento degli allievi, calarsi nel ruolo di inventore è stato apprezzato da tutti. Dopo

aver suddiviso i gruppi (ancora secondo criteri di eterogeneità) e dato loro le consegne, è stato mostrato un pantografo di Scheiner realizzato con i LEGO. Il pantografo serviva da riferimento meccanico su come si potesse procedere per eseguire la propria costruzione. La presentazione di questa macchina matematica ha avuto come effetto secondario quello di motivare ulteriormente i ragazzi nello svolgere questo percorso. Dalle mie osservazioni in classe, rispetto al primo percorso didattico gli allievi erano molto più motivati a calarsi nei panni di inventore e di riuscire a realizzare il miglior progetto possibile, durante il primo percorso gli allievi non si sono immedesimati veramente nel ruolo di “ricercatori”. I gruppi hanno potuto scegliere tra due progetti da realizzare, una macchina di traslazione od una macchina che esegue la simmetria centrale.

Lo svolgimento dell’attività a gruppi si è svolta in modo più conviviale e collaborativo rispetto alla lezione della prima fase. Da quanto si è potuto osservare tutti hanno collaborato e partecipato in modo attivo alla realizzazione dei progetti. La difficoltà iniziale è stata quella di riassumere i punti fondamentali della fase teorica necessari alla progettazione della macchina. Per questo motivo ho deciso di svolgere una prima parte riassuntiva in modo collettivo .

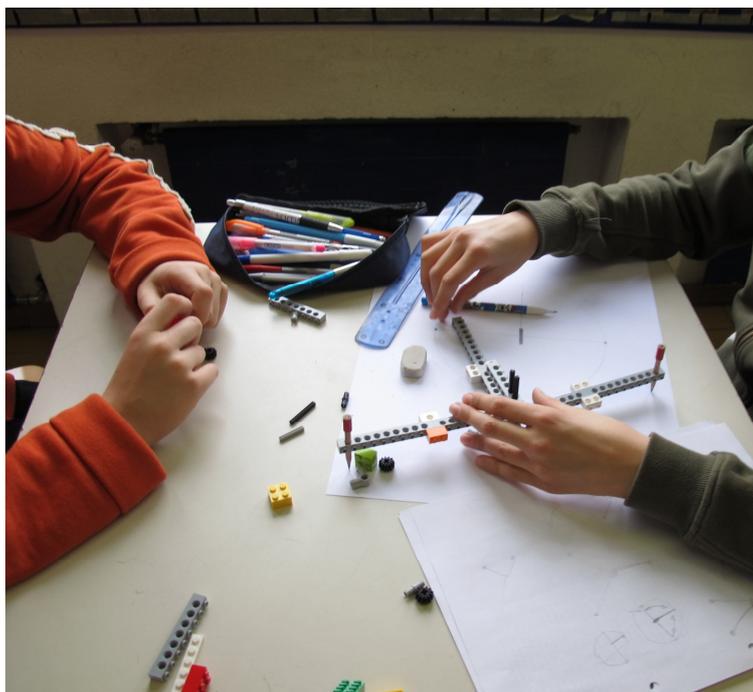


Figura 4 - Fase di progettazione e costruzione

In seguito gli allievi hanno iniziato a ideare in modo autonomo diversi sistemi meccanici. La fase di progettazione senza poter manipolare dei pezzi reali, è risultato un compito difficile per loro, ho ricevuto dunque a breve termine la richiesta di poter cominciare

a progettare con l'aiuto dei LEGO. Per gli allievi era molto importante e necessario poter verificare in modo immediato se quanto progettato potesse funzionare.

Gli improvvisati inventori hanno sviluppato molte idee, si sono lasciati coinvolgere e hanno proposto numerosi progetti, anche se il più delle volte non funzionanti. La costruzione di artefatti personali ha condotto gli allievi in modo spontaneo ad accorgersi dei loro errori e a rivalutare in modo critico quanto prodotto. Anche il clima cooperativo all'interno dei gruppi è stato positivo, chi non ha avuto particolare idee per la costruzione del modello ha potuto in seguito valutare il lavoro dei propri colleghi, mostrare i difetti e gli accorgimenti possibili. A differenza di altre situazioni didattiche svolte in modalità di gruppo, durante questa lezione gli allievi hanno criticato il lavoro dei compagni in modo intelligente e costruttivo con la finalità di raggiungere l'obiettivo previsto, inoltre vi è stata una maggior partecipazione degli allievi più "deboli", i quali di solito vengono meno coinvolti dal gruppo. La prima lezione di progettazione si è svolta con successo, alcuni allievi molto motivati hanno chiesto il permesso di continuare a casa la progettazione della macchina utilizzando i propri LEGO, e di voler arrivare alla lezione successiva con un progetto definitivo.

Sono state lasciate ancora due unità didattiche per poter terminare la progettazione e terminare la costruzione della macchina matematica. In seguito i vari gruppi hanno potuto presentare davanti alla classe i progetti realizzati. Per favorire la discussione e la critica costruttiva si è attribuito agli allievi un ruolo da investitori, l'obiettivo era quello di finanziare con i propri soldi il progetto più efficiente. Chi presentava aveva invece il compito di essere convincente, di illustrare agli investitori i punti forti del proprio progetto e i vantaggi rispetto alla concorrenza. Anche durante questa parte di lezione gli allievi si sono calati perfettamente nei ruoli, le presentazioni sono state molto animate e divertenti, chi ascoltava ha partecipato alla discussione criticando e mettendo in discussione le funzionalità delle macchine presentate.

Il percorso didattico si è concluso con le mie critiche ai progetti, che sono state seguite con grande attenzione. Sicuramente l'analisi critica dei progetti ha permesso un ulteriore sviluppo formativo. Gli allievi hanno concluso il percorso didattico rispondendo ad un breve questionario riflessivo (vedi ultima pagina allegato A6).

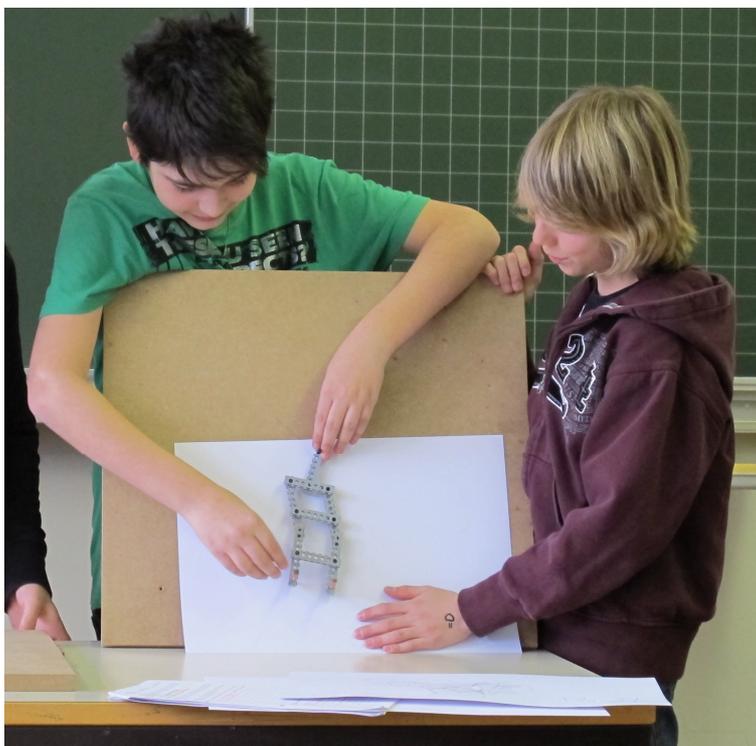


Figura 5 - Presentazione dei progetti realizzati

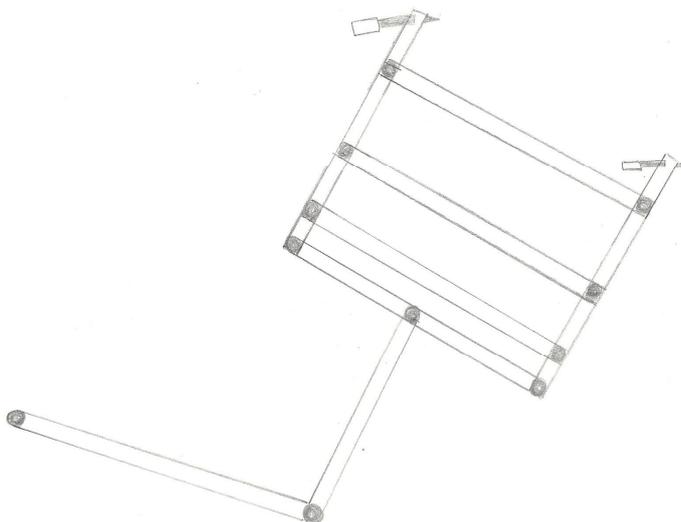


Figura 6 - Progetto di una macchina matematica

7.2 Risultati dei questionari

In questo paragrafo vengono analizzati i risultati ottenuti dai due questionari individuali ai quali sono stati sottoposti gli allievi al termine di ogni percorso didattico. Entrambi i questionari sono suddivisi in due parti: la prima parte si compone di domande chiuse abbinate ad una scala numerica di valutazione, nell'ultima colonna sulla destra troviamo la media voto della classe per ogni domanda. La seconda parte è composta da domande aperte, ad ogni domanda troviamo una sintesi di tutte le risposte degli allievi e la frequenza con cui esse sono state rilevate. Per concludere sono state riportate alcune frasi significative raccolte nei questionari.

L'analisi dei questionari permette già di fornire delle risposte alle domande di ricerca, di confermarne o di smentirne le ipotesi. Alcuni temi verranno ulteriormente ripresi e approfonditi durante la discussione finale con la classe, nel caso in cui le risposte degli allievi fossero contraddittorie o non sufficientemente esaurienti. Si rimanda al capitolo 7.3.1 l'analisi dei dati emersi dalla discussione conclusiva.

7.2.1 Questionario di valutazione – Percorso didattico *Ricercatore*

Vedi allegato A3.

Commenti ai risultati tabella DR1:

Come si può osservare agli allievi in generale piace lavorare nella modalità di gruppo, purtroppo gli altri risultati confermano quanto già osservato in classe, i gruppi durante questa attività erano pochi uniti, e la collaborazione in alcuni casi è venuta meno. La composizione dei gruppi e le dinamiche interne della classe hanno sicuramente condizionato lo svolgimento corretto della lezione.

Commenti ai risultati tabella DR2:

Il dato che emerge più chiaramente è la consapevolezza che la discussione matematica con la classe sia utile. Nonostante questa convinzione, sembra che non tutti gli allievi abbiano beneficiato della discussione in termini di apprendimento. In base alle osservazioni mi è sembrato che la discussione fosse stata fondamentale per risistemare i concetti appresi.

Commenti ai risultati tabella DR3:

I risultati confermano la validità dell'approccio didattico, l'uso di macchine matematiche è stato di per sé motivante e in parte utile nell'apprendimento dei concetti matematici proposti. Gli allievi risultano fortemente interessati alle attività didattiche di tipo manuale, durante le quali si lavora con oggetti concreti. Ci sono pareri molto diversi sulla difficoltà incontrata nell'elaborare la parte teorica finale.

DR4: *Cosa ti è piaciuto di più del percorso didattico?*

Commenti ai risultati DR4:

Dalle risposte emerge chiaramente la preferenza degli allievi verso la componente pratica e manuale della sperimentazione. Nonostante le problematiche incontrate nel corso delle attività, ancora una volta viene messo in risalto da diversi allievi il piacere di lavorare col gruppo.

DR5: *Cosa ti è piaciuto di meno?*

Commenti ai risultati DR5:

Questo conferma la mia osservazione in classe, durante l'attività ci sono state tensioni all'interno dei gruppi e vi è stata poca collaborazione. La parte individuale non è piaciuta a molti allievi, dalla lettura delle risposte non si riesce però a rilevarne il motivo. Nella discussione finale con gli allievi l'intenzione è di indagare se la causa sia dovuta alla modalità di lavoro individuale o al tipo di attività proposta.

DR6: *In che modo cambieresti le lezioni del percorso didattico che hai svolto?*

Commenti ai risultati DR6:

Qui emergono vari pensieri, in particolare ancora una volta si fa riferimento alla composizione dei gruppi e allo svolgimento completo del percorso secondo questa modalità. In parte viene affermato che tutto il percorso andava affrontato lasciando più tempo a disposizione, sia per la sperimentazione sia per l'elaborazione teorica.

DR7: *Spiega le difficoltà che hai incontrato nell'elaborare individualmente le teorie matematiche e per quale motivo.*

Commenti ai risultati DR7:

I pareri sono piuttosto discordanti, per 6 allievi non vi è stata alcuna difficoltà, mentre per altri 6 è risultato problematico arrivare ad una sintesi teorica, per alcuni questa attività sarebbe stata più semplice se svolta in gruppo. In base alle risposte non possiamo veramente identificare quali sono state le cause che hanno reso difficoltosa l'attività. Durante la discussione conclusiva è mia intenzione indagare ulteriormente per quali motivi, nonostante nel corso della discussione matematica siano arrivati a formulare dei concetti chiari e ben definiti, durante la fase di scrittura individuale si siano raccolti risultati poco soddisfacenti.

Qui di seguito sono riportati alcuni passaggi significativi scritti dagli allievi:

DR6: *“Fare delle teorie individualmente è più difficile perché devi pensare tutto tu, invece collettivamente gli altri possono darti degli spunti e così si può arrivare più in fretta alla conclusione.”*

DR6: *“All'inizio non capivo bene la teoria della simmetria, poi quando abbiamo parlato collettivamente grazie alla classe ho potuto capire meglio.”*

7.2.2 Questionario di valutazione – Percorso didattico *Inventore*

Commenti ai risultati tabella DI1:

Le risposte fornite indicano chiaramente che agli allievi non piace lavorare nella modalità frontale, trovano sia più difficile restare concentrati. Mancanza di motivazione e di attenzione si riflettono di conseguenza sulla difficoltà nel lavorare in questa modalità. Nonostante tutto, molti allievi dichiarano di aver compreso abbastanza bene l'argomento trattato.

Commenti ai risultati tabella DI2:

L'attività è risultata vincente in tutte le sue componenti, sia da un punto di vista motivazionale che dal punto di vista dell'apprendimento. L'utilizzo di tale metodologia di lavoro appare efficace. Risulta evidente che rispetto al primo percorso i gruppi abbiano lavorato in modo più proficuo, non solo a livello comportamentale ma anche a livello di collaborazione e partecipazione, la mia osservazione viene confermata dai risultati. Durante la discussione finale occorre mettere in evidenza questo aspetto e rilevare se questo cambiamento di attitudine è stato causato dalla semplice composizione dei gruppi, dalla differenza di consegne tra le due attività o da altri fattori.

Commenti ai risultati tabella DI3:

Non risulta particolarmente problematico dover presentare davanti alla classe. La maggior parte degli allievi trova utile questo genere di attività, risulta più formativo ricevere critiche e commenti sul proprio progetto piuttosto che osservare quello degli altri. Dalle risposte possiamo affermare che gli allievi hanno votato in modo intelligente non basandosi solo sulle amicizie. Nonostante questo, quasi tutti cambierebbero il proprio voto a causa dei difetti riscontrati e illustrati dal docente.

Un dato significativo è il fatto che tutti hanno capito le critiche del docente, questo dimostra che la fase di discussione è stata seguita con particolare attenzione dagli allievi. È importante inoltre constatare che in seguito a questa fase, molti dichiarano che avrebbero potuto migliorare le caratteristiche e le funzionalità della propria macchina, questo è un indicatore dello sviluppo e dell'interiorizzazione dei concetti chiave nell'allievo.

DI4: *Cosa ti è piaciuto di più del percorso didattico di inventore?*

Commenti ai risultati DI4:

Molti allievi hanno fatto riferimento al piacere di discutere in gruppo e di creare qualcosa insieme, ho rilevato molti aspetti positivi sulla collaborazione e sullo scambio di opinioni. Alla stessa domanda nel questionario sul primo percorso queste considerazioni non sono mai apparse. Poter realizzare quanto progettato è stato una componente dell'attività molto apprezzata. Oltre al fatto di essere un'attività di tipo manuale, gli allievi mettono l'accento sul fatto che fosse realizzato il proprio progetto. Leggendo le varie osservazioni si percepisce la soddisfazione per la realizzazione di qualcosa di personale, frutto della propria creatività. Trovo sia significativa la quantità e la qualità delle considerazioni scritte dagli allievi, nel primo questionario le risposte risultavano molto più brevi e povere di contenuti.

DI5: *Cosa ti è piaciuto di meno?*

Commenti ai risultati DI5:

Le risposte fornite sono di vario genere, va rilevato che in confronto al questionario sul primo percorso, solo 3 allievi si lamentano ancora della poca collaborazione all'interno del gruppo (contro 7 allievi nel percorso precedente).

DI6: *In che modo cambieresti le lezioni del percorso didattico che hai svolto?*

Commenti ai risultati DI6:

Anche a questa domanda vengono date risposte molto varie, ancora una volta si accenna al fatto di desiderare più tempo per lo svolgimento delle attività pratiche. Sei allievi cambierebbero i gruppi, alcuni nella composizione dei membri (preferenze nei rapporti di amicizia), altri nei criteri di suddivisione (per livello di competenze e grandezza)

DI7: *Quale dei due percorsi ti è piaciuto di più? Motiva la tua risposta.*

Commenti ai risultati DI7:

Dalla raccolta dati risulta evidente una netta preferenza per il percorso *inventore*, ben 16 allievi su 18 hanno trovato motivi diversi per prediligere questa metodologia di lavoro. Di questi 16, 9 allievi motivano la loro scelta per il fatto che si potesse costruire qualcosa di personale. 3 allievi giustificano la loro scelta legandola al clima all'interno del gruppo di lavoro. Nella discussione conclusiva ritengo sia interessante indagare ulteriormente se la preferenza del percorso sia solo legata ai rapporti di amicizia all'interno del gruppo di lavoro. In caso negativo è necessario stabilire quali sono allora le cause che hanno condotto ad una migliore collaborazione nel secondo percorso. Rimandiamo l'analisi della discussione nel paragrafo successivo 7.3.1 per fornire una risposta a tale interrogativo. Leggendo i questionari si percepisce l'entusiasmo che vi è stato nell'affrontare questo percorso e nello svolgere le varie attività. Si rileva frequentemente l'utilizzo del termine "divertente", riferito alle varie attività, alla costruzione, allo sviluppo condiviso di idee, alla presentazione dei progetti. Il confronto col primo questionario è significativo non solo nei contenuti ma anche nella terminologia utilizzata. Un esempio concreto è il numero di passaggi significativi che si possono trovare all'interno dei questionari.

DI4: *"...è stato divertente e nello stesso tempo utile. È stato bello scambiare idee tra inventori"*

DI4: *"Mi è piaciuto dover presentare, perché era difficile fare una buona impressione su gli altri gruppi, ma mi sono divertito un sacco!"*

DI4: *"Mi è piaciuto avere l'opportunità di poter costruire una macchina che potevamo scegliere, è stato bello, anche se difficile. È bello poter inventare qualcosa!"*

DI7: *"Il secondo percorso mi è piaciuto di più perché eravamo un po' più liberi,..., io pensavo alla macchina e quando ero quasi sicuro che funzionasse la esponevo nel gruppo, mi piace lavorare in questo modo. Poi è stato divertente costruire la macchina matematica con soli pezzi di Lego."*

DI7: *"I gruppi erano migliori e abbiamo lavorato di più, tutti ascoltavano le proposte di*

tutti e poi si sceglieva quella migliore.”

DI7: “...creare progetti e realizzarli mi piace, mi diverte!”

DI7: “Il percorso più bello era il secondo perché era più un lavoro da elaborare e da “giocare” per costruire qualcosa di sensato. La macchina è frutto di molti minuti di lavoro!!!”

DI7: “La parte più bella era quando facevamo gli inventori, perché costruivamo la macchina e potevamo capire gli errori o il perché non andava bene, ed era più facile capire, perché mettevi alla prova quello che sapevi.”

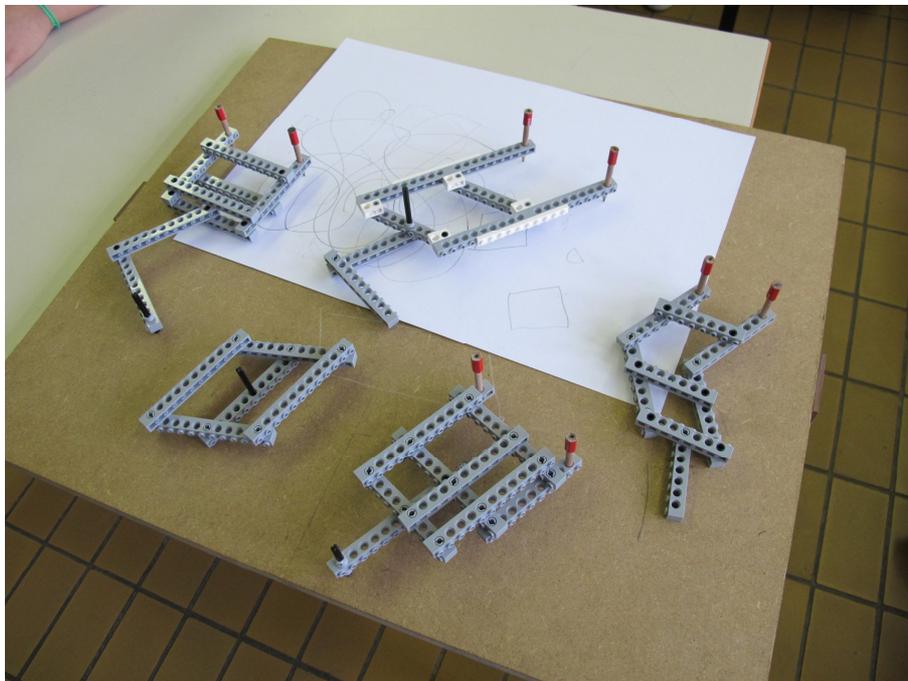


Figura 6 - Esempi di macchine matematiche realizzate dagli allievi

7.3 Discussione in classe sui percorsi affrontati

Durante la discussione finale sono stati presentati agli allievi alcuni risultati ottenuti dai questionari individuali. Partendo dall'osservazione di questi risultati si è impostata la discussione conclusiva, il cui obiettivo è di confermare ulteriormente alcuni dei risultati emersi dai questionari, di chiarire alcuni aspetti contraddittori e approfondire alcuni temi rilevanti per la ricerca.

La discussione finale è trascritta in modo parziale nell'allegato A8.

7.3.1 Analisi della discussione

Gli allievi confermano la loro preferenza nello svolgere il secondo percorso didattico (100-106), si tratta di determinare quali parametri hanno condotto, in modo così preponderante, a questa scelta. Nella discussione emerge il piacere per poter costruire qualcosa di personale (106-111), che sia frutto della propria creatività. Gli allievi sono dell'opinione che gli obiettivi richiesti nel secondo percorso siano più difficili da realizzare (115-117).

In seguito, si vogliono approfondire alcuni aspetti legati al lavoro di gruppo. Gli allievi confermano il fatto che il primo lavoro di gruppo non si è svolto in un clima di lavoro ideale a causa della pessima collaborazione dimostrata. La classe si spacca in due fazioni, quelli considerati i più “forti” e quelli più “deboli”. Ognuno inizialmente accusa l'altro per la mancanza di collaborazione. Al termine della discussione vi è la consapevolezza di entrambe le parti di avere delle responsabilità (126-127).

Diventa interessante stabilire per quale motivo durante la fase di progettazione a gruppi, non vi sono stati problemi simili (128). Gli allievi confermano la mia impressione sul clima di lavoro. Essi trovano spiegazione di questo cambiamento nel fatto che l'attività sia semplicemente più coinvolgente (131-133). Dopo questa prima analisi superficiale gli allievi considerano il fatto che dovendo inventare qualcosa da zero tutti partono dallo stesso livello (133-138), esporre delle idee nella fase creativa permette anche ai più deboli di dare la propria opinione.

La fase di produzione di segni individuali al termine del percorso ricercatore è risultata poco apprezzata dagli allievi (143-147), in parte perché vi era la richiesta di lavorare

individualmente, in parte perché risultava noioso scrivere una sintesi ed è ritenuto un compito difficile. Risulta difficoltoso dover svolgere il compito individualmente (149-151), vi è inoltre la conferma della difficoltà di trovare la terminologia esatta per descrivere i concetti matematici.

Riassumendo, gli allievi elencano come vantaggi di questo approccio didattico lo svolgimento delle attività per mezzo del lavoro di gruppo (153-154) e l'utilizzo pratico di oggetti, in quanto più motivante e interessante (164-168).

Discutendo sul percorso *inventore*, gli allievi trovano vantaggioso poter costruire qualcosa da zero poiché essendone i progettisti, oltre ad essere stimolante (173), occorre conoscere i principi su cui basare le funzionalità (172-174). Il fatto di utilizzare una macchina non implica necessariamente di capirne il meccanismo, cosa invece indispensabile per la realizzazione di una macchina funzionante (175-178).

La condivisione dei propri progetti risulta utile sia nel presentare (181-183), in quanto fonte di controllo sul proprio apprendimento, sia nel seguire (184-186) poiché permette di valutare gli errori commessi da altri. Emerge il concetto di autovalutazione in quanto elemento importante per il processo di apprendimento (189-195). Viene sottolineato nuovamente il vantaggio della condivisione di idee (199), partendo in modo individuale ognuno apprende lo stesso concetto in modo diverso, ma condividendo l'esperienza successive si arriva ad un punto che è il risultato della messa in comune dei segni.

È interessante rilevare che la competizione ha svolto un ruolo essenziale per la riuscita delle attività, la maggior parte degli allievi di questa classe dichiara il piacere nel mettersi in competizione (200-205), questo li motiva nel portare avanti con maggior impegno le attività proposte.

8. Conclusioni

La ricerca ha permesso innanzitutto di mettere in evidenza il ruolo positivo di una macchina matematica in quanto strumento di mediazione semiotica. Nonostante le difficoltà iniziali incontrate nella collaborazione tra gli allievi, la macchina è risultata utile dal punto di vista motivazionale e soprattutto per garantire, attorno al suo funzionamento, una discussione matematica utile all'apprendimento e all'approfondimento dei concetti matematici in gioco. In generale, le discussioni collettive sono state incentrate sulle macchine matematiche realizzate, l'autovalutazione dei lavori e le critiche del docente sono risultate utili per la revisione di quanto realizzato, con la conseguenza di una risistemazione dei concetti appresi. Così, le ipotesi sull'efficienza dell'utilizzo degli artefatti in classe possono essere confermate.

Tra i due percorsi proposti, ricercatore e inventore, vi è stata una differenza netta nell'attitudine al lavoro da parte degli allievi. Durante il percorso didattico *inventore* il clima di lavoro all'interno di ogni gruppo è stato ottimale, vi è stato un grande impegno da parte di tutti e soprattutto si è potuto osservare un grande spirito di collaborazione. In prima analisi, potremmo individuare come una possibile causa di questo cambiamento di comportamento la diversa composizione dei gruppi di lavoro. Questo è un parametro che può senz'altro influire sulla buona collaborazione del gruppo, ma non è l'unico motivo plausibile. Nel corso dell'anno scolastico questi allievi hanno lavorato nella modalità a gruppi in diverse occasioni, dimostrando ogni volta di non riuscire ad esprimere degli atteggiamenti favorevoli all'apprendimento cooperativo, quindi la spiegazione è da ricercare altrove. In base alle osservazioni e all'analisi dei dati raccolti si può ipotizzare che le componenti che abbiano portato ad una migliore collaborazione tra gli allievi siano:

- la motivazione di dover costruire qualcosa di personale.
- la competizione intrinseca all'attività di progettazione .
- la progettazione creativa di una macchina partendo dal nulla.

La motivazione è una componente essenziale per la riuscita di una qualsiasi attività. L'obiettivo di dover costruire qualcosa di personale è risultato vincente sotto molti punti di vista. Tutti gli allievi sentivano la macchina come la realizzazione di uno sforzo condiviso con gli altri membri del gruppo, quindi la macchina era il risultato di un lavoro di squadra.

L'analisi critica del progetto è stata interessante per gli allievi; di conseguenza, la valutazione del progetto da parte dell'insegnante è stata seguita con particolare attenzione. Dopo questa fase, tra gli allievi regnava ancora motivazione al fine di correggere e migliorare quanto realizzato.

Lavorare su un progetto personale ha fatto in modo che si creasse uno spirito di competitività all'interno della classe. Questo aspetto, assente nel primo percorso didattico, ha avuto un duplice effetto, ossia, motivare ancora di più gli allievi (poiché loro stessi dichiarano di amare la competitività) e compattare ulteriormente il gruppo di lavoro.

La fase di progettazione ha sorprendentemente dato adito a un approccio iniziale molto positivo: gli allievi sono stati propositivi e coinvolti all'interno del proprio gruppo di lavoro. Questa fase creativa presenta delle similitudini con quello che nell'industria viene spesso chiamato *brainstorming*. Nell'industria, la fase di *brainstorming* permette a tutti gli operatori di partecipare; si tratta infatti di una libera condivisione di idee creative volte a risolvere un problema. Spesso a queste sedute partecipa anche personale con un minore livello di competenza tecnica, come per esempio i responsabili di vendita. Il concetto vincente è basato sulla massima condivisione di idee. Questo processo creativo e cooperativo permette di indurre in continuo dei nuovi ragionamenti ed elementi di riflessione all'interno del gruppo, favorendo così, oltre allo sviluppo delle competenze e delle conoscenze individuali di chi vi partecipa, la migliore risoluzione al problema. Durante la sperimentazione si è verificato un processo di questo tipo, infatti ogni allievo, dal più debole al più forte, ha proposto in modo libero diverse idee al gruppo, permettendo agli altri membri di mettere in evidenza gli aspetti positivi e negativi di ogni soluzione proposta. La successiva rielaborazione delle idee ha condotto passo dopo passo alla elaborazione di un progetto finale, un progetto nel quale vi è stata la partecipazione attiva di tutti i membri del gruppo. Questo tipo di attività, ha permesso a tutti di partecipare indiscriminatamente dal livello di competenze matematiche acquisite, risultando una valida soluzione per favorire la collaborazione degli allievi.

L'obiettivo di questo lavoro di ricerca non era mettere a confronto i due percorsi per valutare quale sia il migliore, ma soltanto quello di individuare i vantaggi che ognuno di essi può portare ad un miglior apprendimento e clima di lavoro. A mio parere entrambi i percorsi si sono rilevati efficaci ed hanno condotto a vantaggi tali che fanno di essi degli ottimi candidati per un apprendimento basato sulla cooperazione, sullo scambio collettivo di idee e riflessioni. Inoltre essi permettono un approccio didattico che si sviluppa sui piani, spesso poco esplorati, della sperimentazione pratica, della manualità e della creatività. Come

Macchine matematiche: Aspetti metodologici a confronto

sappiamo, per il raggiungimento della noetica occorre passare attraverso numerose rappresentazioni semiotiche. L'uso di artefatti in classe può essere svolto secondo metodi e modalità differenti, resta al docente il compito di saper sfruttare al meglio le potenzialità di tali strumenti programmando in modo ottimale l'attività didattica in classe.

9. Bibliografia

Bachtin, M. (1968). *Dostoevskij: poetica e stilistica*, Torino, Einaudi.

Bartolini Bussi M. G. & Mariotti M. A. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, Vol. 32 A-B 270-294.

Bartolini Bussi, M. & Maschietto, M. (2006). *Macchine matematiche*, Modena, Springer.

Bonetti A.L., (2001). *Macchine matematiche nella produzione di congetture e costruzione di dimostrazioni: Un approccio strumentale allo studio delle isometrie*, Progetto di Ricerca MIUR, Modena.

Cerulli, M. (2004). *Introducing pupils to Algebra as a Theory: L'Algebrista as an instrument of semiotic mediation*, University of Pisa: PhD thesis.

Crivelli, A. (2009). *Sintesi su Vygotskij*, Locarno.

Ferri F., Mariotti M. A., Bartolini Bussi M. G. (2005) *L'educazione geometrica attraverso l'uso di strumenti: un esperimento didattico*, in *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, Vo. 28° (2), pp 161-189

Mariotti, M.A. (2004). *Strumenti antichi e moderni nell'educazione matematica*, in *Ricordando Franco Conti*, Scuola Normale Superiore, Pisa p.41-60

Vygotskij, L. (1987). *Il processo cognitivo*, Torino, Boringhieri.

Wartofsky, M. (1979). *Perception, Representation, and the forms of Action*, Reidel Publishing Company.

Questa pubblicazione, *MACCHINE MATEMATICHE, ASPETTI METODOLOGICI A CONFRONTO*, scritta da DANIELE KUEH, viene rilasciata sotto licenza Creative Commons Attribuzione – Non commerciale 3.0 Unported License.



Allegati

Nota: Gli allegati seguono l'ordine cronologico delle fasi di ricerca.

A1. Metodologia

A2. Percorso Ricercatore: Esplorazione di macchine matematiche

A3. Percorso Ricercatore: Questionario di valutazione 1

A4. Percorso Inventore: La Traslazione

A5. Percorso Inventore: La simmetria centrale

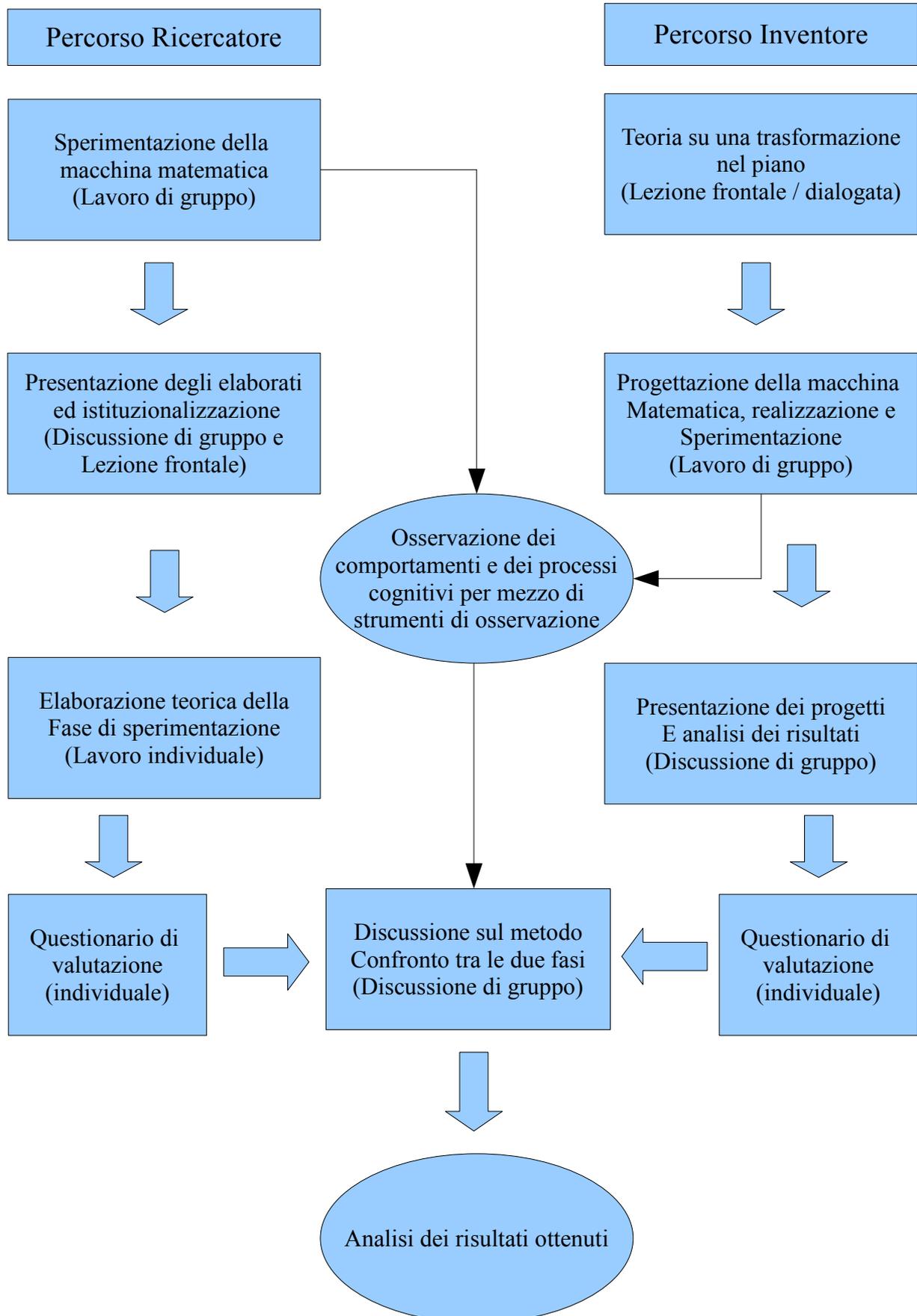
A6. Percorso Inventore: Costruzione di macchine matematiche

A7. Percorso Inventore: Questionario di valutazione 2

A8. Discussione finale con la classe

Allegato 1 – Metodologia di ricerca

Allegato 1 - Metodologia di ricerca



Allegato 2 – Percorso Ricercatore

Esplorazione di macchine matematiche

Laboratorio di geometria

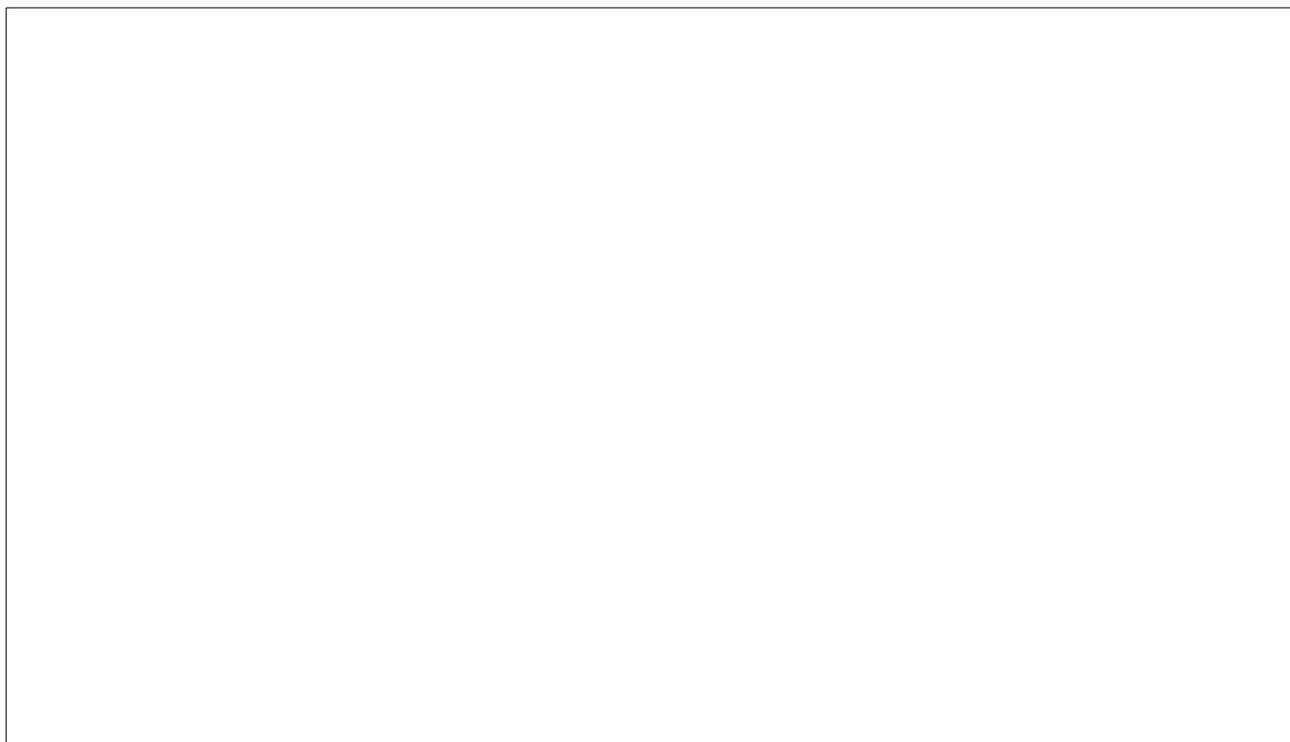
Esplorazione di macchine matematiche

Nome del gruppo:.....

Componenti del gruppo:

1. Sperimentazione della macchina matematica

Prova a disegnare con la macchina matematica un triangolo qualsiasi, chiama A, B, C i suoi vertici. Disegna ora nel riquadro sottostante il triangolo ABC e il trasformato A'B'C' generato dalla macchina matematica.



a) Che cosa puoi osservare nel disegno sopra? Scrivi le tue considerazioni.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Prova a spiegare con parole tue a cosa può servire questa macchina.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c) Se tu fossi l'inventore, che nome daresti a questa macchina?

.....

d) Immagina sempre di esserne l'inventore, prova a spiegare ad un pubblico di giornalisti come funziona questa tua nuova invenzione:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Osservazione: la matita montata sulla macchina che piloti con la tua mano è fissata in un punto che definiamo *giunto direttore*, l'altra matita pilotata per azione del meccanismo viene definita *punto tracciatore*.

1) Osserva il punto A del triangolo, e il punto trasformato A'. Prova ad unire i due punti con un segmento. Che cosa puoi osservare?

.....

.....

.....

2) Quello che hai osservato è valido per un qualunque punto del piano che puoi disegnare?

.....

3) Segna con il punto I il punto di intersezione del segmento AA' con l'asse sul quale si muovono gli snodi meccanici della macchina.

4) Disegna sul foglio un segmento che unisca il vertice B e B'.

5) Segna con il punto K il punto di intersezione del segmento BB' con l'asse.

6) Misura la lunghezza del segmento AB e quella del suo trasformato A'B'.

AB = ; A'B' =

La lunghezza dei segmenti viene conservata dalla macchina?

7) Prova a trovare delle relazioni geometriche tra i seguenti segmenti:

Segmenti	Relazioni geometriche
AB e AB'	
AA' e BB'	
AI e A'I	
BK e B'K	
IK e AB	
IK e A'A	
IK e B'B	

8) Cosa puoi dire dei punti I e K?

.....

.....

.....

.....

.....

9) Cosa puoi dire della retta passante per i punti I e K?

.....

.....

.....

.....

10) Muovendo il giunto direttore in senso orario, in che modo si muove il punto tracciatore?

.....

Prova ora a disegnare un poligono qualunque con la macchina matematica. Osserva il tuo poligono e il suo trasformato e rispondi alle seguenti domande:

Osservazione: definiamo come invarianti le caratteristiche di una figura che rimangono inalterate nella trasformazione.

	Sì	No
Le lunghezze dei lati sono invarianti?		
Le ampiezze degli angoli interni sono invarianti?		
Le distanze dei vertici dall'asse di simmetria sono invarianti?		
Le due figure sono congruenti?		
La posizione della figura è invariante?		

2. Analisi della macchina matematica

Fai uno schizzo della macchina matematica all'interno del riquadro e indica le varie parti dalle quali è composta.



Inserisci nella tabella il nome degli elementi della macchina e la quantità di ognuno di essi.

Elementi meccanici	Quantità

Possiamo provare a schematizzare la macchina matematica con un disegno geometrico.
Per poter eseguire questa operazione prova prima a elencare le varie parti funzionali della macchina ed a “tradurre” ogni parte meccanica in un ente geometrico corrispondente.

Elemento meccanico	Entità geometrica

Prova ora a disegnare nel riquadro una rappresentazione geometrica della macchina matematica.



Osserva la macchina e rispondi ora alle seguenti domande:

Quanti gradi di libertà hanno gli snodi meccanici della macchina?

Quali sono i vincoli degli snodi meccanici?.....

.....
.....
.....

Quanti gradi di libertà hanno il giunto direttore e il punto tracciatore?.....

Le aste della macchina che tipo di figura geometrica formano?.....

Esistono delle relazioni geometriche tra le aste meccaniche? Quali?

.....
.....
.....
.....
.....

Le relazioni geometriche vengono conservate durante l'utilizzo della macchina?.....

A cosa corrisponde la distanza tra il giunto direttore e il punto tracciatore?

.....

Può variare la distanza tra i due punti?

Che cosa non può variare?

.....
.....

Per quale motivo?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Limiti della macchina

Qual'è la distanza massima dall'asse di simmetria alla quale possiamo disegnare dei punti?

.....
.....
.....

Come possiamo aumentare questa distanza?

.....
.....
.....

Aumentando questa distanza il campo di azione rimane lo stesso sull'asse verticale?

.....

Prova ad evidenziare nel riquadro qui sotto il campo di azione della macchina

--	--

3. Dalla pratica alla teoria

1) La trasformazione eseguita dalla macchina matematica si chiama

.....

2) Prova a spiegare ad un allievo di prima media cos'è un asse di simmetria.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) Prova a spiegare sempre ad un allievo di prima media come trovare il trasformato di un punto dato l'asse di simmetria avendo a disposizione solo riga, squadra e compasso.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Allegato 3 – Percorso Ricercatore

Questionario di valutazione 1

Questionario di valutazione

Percorso didattico Ricercatore

DR1: Prima fase: lavoro di gruppo, sperimentazione e studio della macchina matematica

Durante la prima fase abbiamo lavorato a gruppi sulle macchine matematiche. Abbiamo sperimentato le macchine, analizzato e studiato i lavori eseguiti con la macchina matematica.

Domande	Per nulla					Molto	M	
Ti piace fare dei lavori di gruppo?	0	1	2	3	4	5	6	4.8
Il tuo gruppo di lavoro era unito?	0	1	2	3	4	5	6	2.9
C'era collaborazione all'interno del gruppo?	0	1	2	3	4	5	6	2.9
Lavorare in gruppo ti ha permesso di apprendere meglio l'argomento?	0	1	2	3	4	5	6	3.4
Hai collaborato in modo attivo all'interno del tuo gruppo?	0	1	2	3	4	5	6	3.6

DR2: Seconda fase: la discussione matematica

Durante questa fase abbiamo condiviso quanto fatto nella lezione precedente ed abbiamo discusso in modo collettivo sul funzionamento della macchina matematica, lasciando spazio ai commenti e le riflessioni di ognuno.

Domande	Per nulla					Molto	M	
La discussione collettiva ti ha permesso di apprendere meglio l'argomento?	0	1	2	3	4	5	6	3.5
Hai partecipato alla discussione?	0	1	2	3	4	5	6	3.2
Ti sembra utile discutere dei risultati ottenuti con i tuoi compagni?	0	1	2	3	4	5	6	4.8

DR3: Terza fase: lavoro individuale conclusivo di sintesi teorica

Durante la terza fase ogni allievo ha lavorato in modo individuale su quanto appreso nelle lezioni precedenti, cercando di arrivare a degli elaborati teorici personali.

Domande	Per nulla					Molto	M	
L'argomento trattato (simmetria assiale) era di tuo gradimento?	0	1	2	3	4	5	6	3.6
L'uso della macchina matematica ti ha permesso di apprendere meglio l'argomento trattato?	0	1	2	3	4	5	6	4.1
L'uso della macchina matematica è stato motivante?	0	1	2	3	4	5	6	4.5
I laboratori pratici stimolano la tua curiosità?	0	1	2	3	4	5	6	4.6
Ti sembra più facile apprendere utilizzando oggetti concreti?	0	1	2	3	4	5	6	4.9
Le nozioni acquisite ti hanno permesso di elaborare facilmente una teoria sulla simmetria centrale?	0	1	2	3	4	5	6	3.8
È stato più difficile arrivare a delle conclusioni in modo individuale?	0	1	2	3	4	5	6	3.6

DR4: Cosa ti è piaciuto di più del percorso didattico?

La parte più interessante e divertente del percorso didattico è stata la sperimentazione con la macchina matematica. È stato interessante poter manipolare la macchina ed osservare il suo funzionamento. 12 allievi

Mi è piaciuto poter svolgere l'attività nella modalità di gruppo. 5 allievi

Mi è piaciuta la parte finale perché ho potuto lavorare in modo individuale. 1 allievo

DR5: Cosa ti è piaciuto di meno?

La composizione del gruppo non era di mio gradimento, ci sono stati problemi di collaborazione e di comportamento all'interno del gruppo. 7 allievi

Non mi è piaciuta la parte individuale in cui bisognava arrivare ad una sintesi teorica. 5 allievi

<i>La simmetria centrale è un argomento poco interessante.</i>	2 allievi
<i>Non mi piace lavorare in gruppo.</i>	1 allievo
<i>Non mi è piaciuto discutere collettivamente con la classe sul funzionamento della macchina matematica.</i>	1 allievo
<i>Non mi è piaciuto il fatto che non potevo comunicare con gli altri gruppi</i>	1 allievo
<i>Andava tutto bene, mi è piaciuto tutto.</i>	1 allievo

DR6: In che modo cambieresti le lezioni del percorso didattico che hai svolto?

<i>Farei dei gruppi diversi da quelli formati dal docente.</i>	4 allievi
<i>Tutto il percorso didattico dovrebbe essere svolto in modalità di gruppo.</i>	4 allievi
<i>Il percorso andava bene così, non cambierei niente.</i>	4 allievi
<i>Lascerei più tempo per la sperimentazione pratica con la macchina.</i>	2 allievi
<i>Farei svolgere i vari lavori soltanto in modo individuale.</i>	1 allievo
<i>Farei più discussioni collettive con tutta la classe.</i>	1 allievo
<i>Ci sono troppe domande sui fogli di teoria, ne toglierei qualcuna.</i>	1 allievo
<i>Bisognerebbe andare più lentamente durante le lezioni, per permettere di a tutti di seguire meglio le lezioni.</i>	1 allievo

DR7: Spiega le difficoltà che hai incontrato nell'elaborare individualmente le teorie matematiche e per quale motivo.

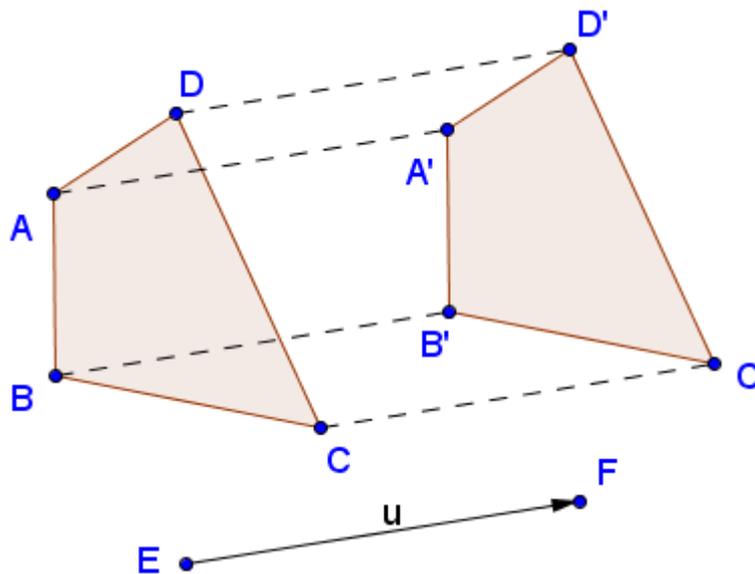
<i>Non ho avuto nessuna difficoltà nell'elaborare la parte teorica.</i>	6 allievi
<i>È stato difficile trovare le parole giuste per spiegare in modo matematico il metodo di disegno e per riuscire ad elaborare una definizione matematica della simmetria centrale.</i>	6 allievi
<i>L'argomento era troppo difficile, non sono riuscito ad eseguire la consegna.</i>	2 allievi
<i>È stato difficile lavorare alla parte teorica in modo individuale, con l'aiuto dei miei compagni sarebbe stato più facile.</i>	2 allievi
<i>Il percorso didattico non mi ha permesso di avere le conoscenze sufficienti per elaborare una sintesi teorica.</i>	1 allievo
<i>Ero assente alla parte finale, quindi non posso rispondere</i>	1 allievo

Allegato 4 – Percorso Inventore

La Traslazione

La traslazione

Osserva attentamente le due figure sottostanti. Il poligono ABCD è stato semplicemente spostato in un altro luogo del piano. La direzione dello spostamento e la distanza alla quale è stato spostato il poligono sono definite dal vettore EF.



$$|AA'| = |BB'| = |CC'| = |DD'|$$

$$AA' \parallel EF ; BB' \parallel EF ; CC' \parallel EF ; DD' \parallel EF$$

Il vettore EF è la “freccia” che determina lo spostamento, ovvero la traslazione.

A'B'C'D' è la figura che si ottiene da ABCD con una traslazione caratterizzata dal segmento orientato (vettore) EF.

Come puoi notare la traslazione lascia invariate le proprietà geometriche della figura, le lunghezze dei lati così come le ampiezze degli angoli interni rimangono invariate. Le due figure sono infatti congruenti. Nel caso della traslazione anche l'orientamento della figura rimane invariato.

Trova un metodo per traslare una figura usando gli strumenti da disegno a tua disposizione, scrivi qui sotto la procedura nella sequenza corretta.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

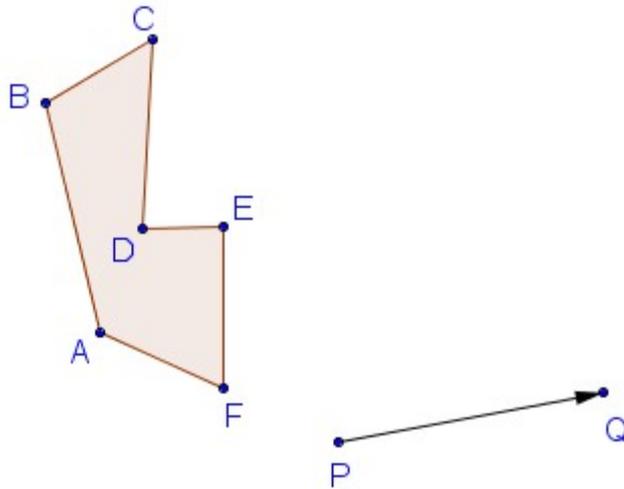
.....

.....

.....

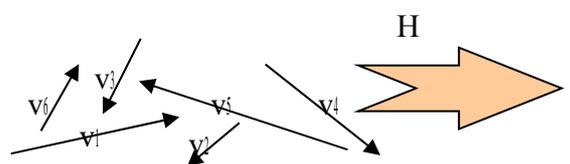
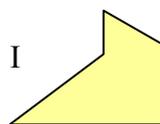
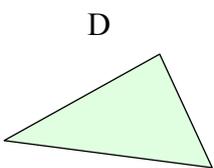
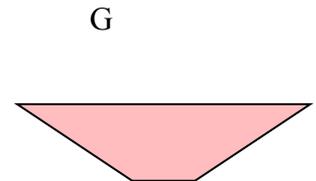
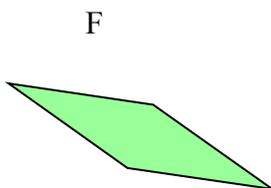
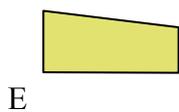
.....

Esercizio: Trasforma il poligono ABCDEF secondo una traslazione caratterizzata dal segmento orientato PQ utilizzando il metodo che hai descritto precedentemente.



Troviamo le figure traslate

Costruisci le figure ottenute con una traslazione delle figure **D**, **E**, **F**, **G**, **H** e **I** considerando rispettivamente come segmenti orientati uno di quelli proposti. Devi usarli tutti e le immagini devono rimanere all'interno del foglio e senza sovrapposizioni.

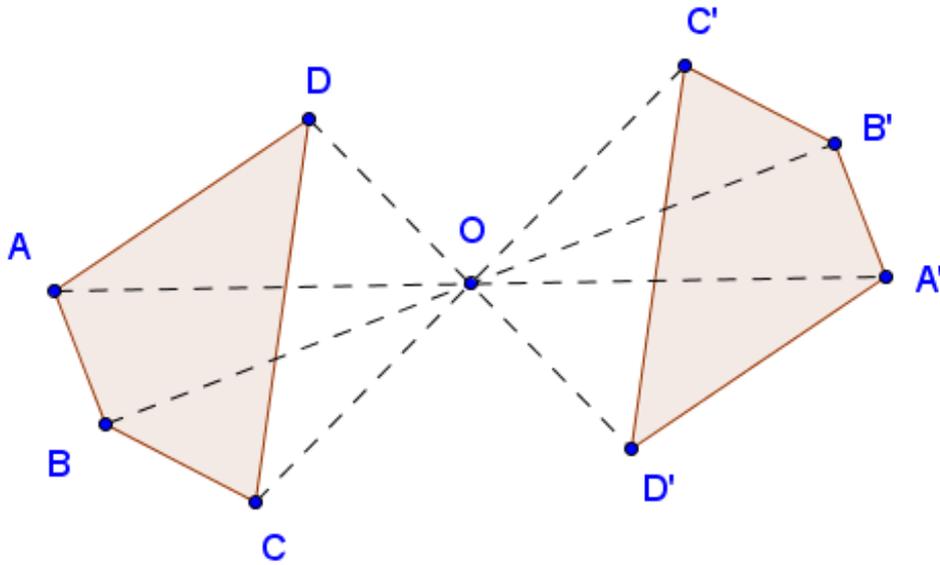


Allegato 5 – Percorso Inventore

La simmetria centrale

La simmetria centrale

Osserva attentamente le due figure sottostanti. Il poligono ABCD è stato semplicemente spostato in un altro luogo del piano. Il poligono è stato ruotato di 180° attorno al punto O.

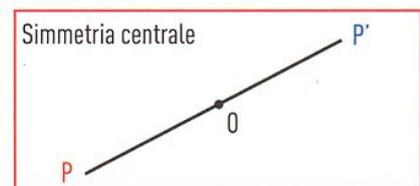


$$|AO| = |OA'| ; |BO| = |OB'| ; |CO| = |OC'| ; |DO| = |OD'|$$

O viene detto **centro di simmetria**

A'B'C'D' è il **simmetrico di ABCD** secondo la **simmetria centrale di centro O**

La **simmetria centrale** trasforma un punto P in P' in modo che il punto O, centro della trasformazione, sia il punto medio del segmento PP'.



Come puoi notare la traslazione lascia invariate le proprietà geometriche della figura, le lunghezze dei lati così come le ampiezze degli angoli interni rimangono invariate. Le due figure sono infatti congruenti. Nel caso della simmetria centrale l'orientamento della figura cambia.

Trova un metodo per traslare una figura usando gli strumenti da disegno a tua disposizione, scrivi qui sotto la procedura nella sequenza corretta.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

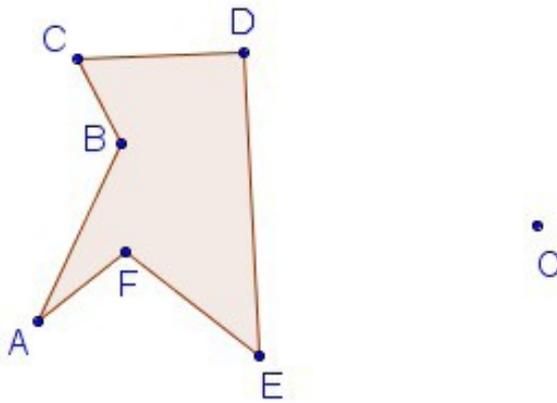
.....

.....

.....

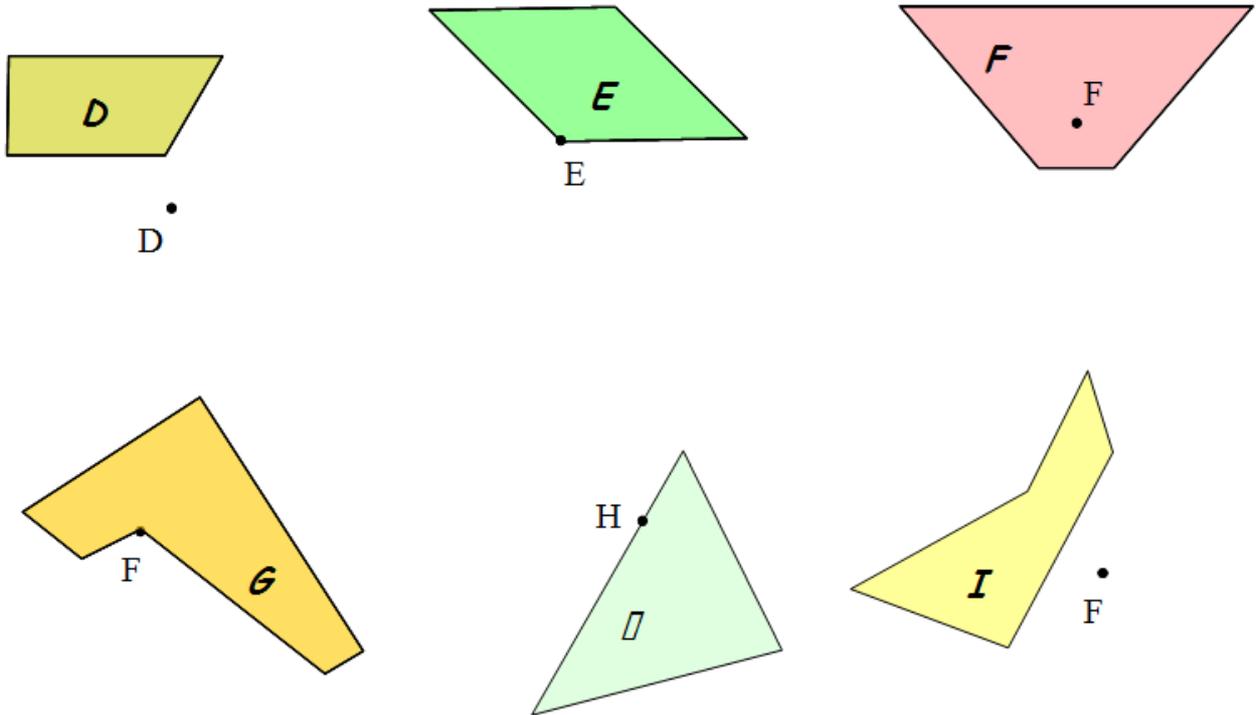
.....

Esercizio: Trasforma il poligono ABCDEF secondo una simmetria centrale di centro O utilizzando il metodo che hai descritto precedentemente.



Troviamo le figure simmetriche

Costruisci le figure simmetriche delle figure *D*, *E*, *F*, *G*, *H* e *I* considerando rispettivamente come centri di simmetria i punti *D*, *E*, *F*, *G*, *H* e *I*.



Allegato 6 – Percorso Inventore

Costruzione di macchine matematiche

Costruzione di Macchine matematiche

- Laboratorio di geometria -

Introduzione: Durante la prima fase del percorso sulle macchine matematiche abbiamo avuto la possibilità di manipolare e studiare il funzionamento di una macchina matematica che permette di ottenere delle simmetrie assiali. Attraverso l'utilizzo e l'osservazione di questa macchina siamo dapprima riusciti a stabilire le proprietà geometriche necessarie affinché due figure possano definirsi simmetriche rispetto ad un asse, in seguito siamo riusciti a stabilire una procedura per realizzare una simmetria assiale con l'aiuto degli strumenti in nostro possesso.

Il percorso didattico ci ha permesso infine di costruire costrutti teorici e definizioni matematiche precise.

In sintesi abbiamo svolto un "lavoro da ricercatori scientifici". Dalla sperimentazione e dall'osservazione di un fenomeno reale abbiamo cercato di tradurre la nostra esperienza in linguaggio matematico. La ricerca scientifica è fondamentale per il progresso dell'umanità, ha lo scopo di scoprire, interpretare fatti, eventi, comportamenti o teorie relative alla natura. Dalla ricerca scientifica costruiamo le conoscenze necessarie a realizzare e comprendere tutto ciò che ci circonda.

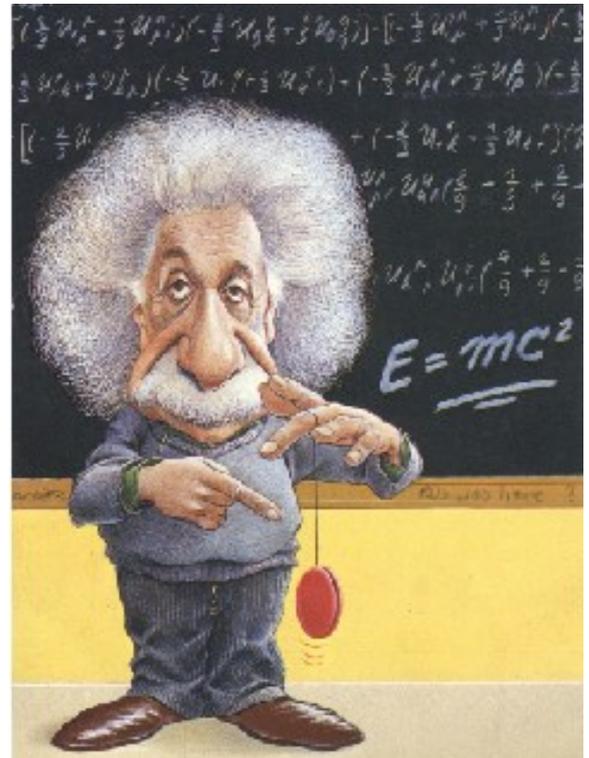
Durante la seconda fase del percorso didattico sulle macchine matematiche ci caleremo in un ruolo diverso. Il nostro compito sarà quello di inventare, realizzare uno strumento che sia in grado di fare quello che ci siamo prefissi.

Questo tipo di approccio è tipico di chi fa l'ingegnere, ovvero colui che si ingegna, ingegnarsi vuol dire fare uno sforzo creativo per conseguire un obiettivo.

Per realizzare qualcosa è però necessario avere delle conoscenze teoriche, le quali ci aiutano a raggiungere il nostro obiettivo. Senza conoscenze abbiamo meno mezzi per realizzare ciò che vogliamo, la conoscenza è lo strumento più fondamentale di cui abbiamo bisogno.

Inventare non è facile, è un processo creativo, non si tratta solo di imparare o studiare qualcosa, ma di usare l'ingegno per creare qualcosa dal nulla.

Durante questo percorso utilizzeremo le nozioni matematiche acquisite nelle lezioni precedenti per realizzare degli strumenti pratici che ci permettano di eseguire trasformazioni isometriche.



Ora, tu insieme ai tuoi compagni, provate a calarvi nella parte di inventori. Come un team di ingegneri dovrete lavorare insieme per creare delle macchine matematiche che eseguano le trasformazioni considerate.

Nome del team di sviluppo:.....

Nome degli inventori:.....

Obiettivo: Usiamo il nostro ingegno e le conoscenze teoriche acquisite per realizzare una macchina matematica che realizzi delle traslazioni ed una macchina matematica che realizzi delle simmetrie centrali. Decidi insieme ai tuoi compagni quale delle due macchine progettare.

Prerequisiti: Per prima cosa è necessario ricordarsi quali proprietà geometriche devono possedere degli enti geometrici traslati e simmetrici rispetto ad un centro.

Scrivi qui di seguito quali proprietà geometriche devono essere conservate durante una traslazione:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Scrivi qui di seguito quali proprietà geometriche devono essere conservate durante una simmetria centrale:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ottimizzazione

Prima di realizzare un prodotto è bene assicurarsi che sia tutto corretto e che funzioni nel modo ottimale. Dopo aver ascoltato le critiche dei vari investitori pensi che la tua invenzione presenti dei difetti?..... Quali? Prova a descriverli.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Puoi rimediare a questi errori?..... Trova delle soluzioni per migliorare la tua macchina.

.....

.....

.....

.....

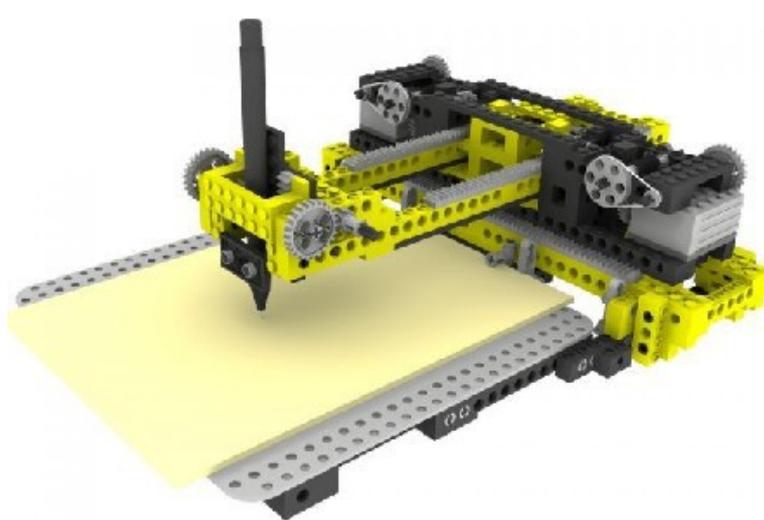
.....

.....

Realizzazione del progetto:

Utilizza ora i vari pezzi di LEGO e i tracciatori a tua disposizione per costruire un prototipo funzionante della macchina matematica che hai progettato. Una volta terminato il progetto sperimenta la tua macchina e cerca di migliorare al massimo le sue funzionalità e la sua robustezza.

Modello di stampante realizzata con LEGO



Controllo di qualità del progetto:

Sei riuscito a sviluppare una macchina che funzioni come avevi previsto?.....

Quali sono gli imprevisti che incontrato una volta terminato lo sviluppo?

.....

.....

.....

.....

.....

In che modo potresti ulteriormente migliorare la tua macchina matematica?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dai un giudizio globale al tuo prodotto finale?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dai un giudizio globale al tuo team di inventori?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Da 0 a 10 quale è stato il tuo contributo all'interno del team?.....

Allegato 7 – Percorso Inventore

Questionario di valutazione 2

Questionario di valutazione

Percorso didattico Ricercatore

DI1: Prima fase: introduzione teorica

Nella prima fase abbiamo acquisito i concetti di trasformazione geometrica (simmetria centrale e traslazione) per mezzo di lezioni teoriche durante le quali il docente ha spiegato alla classe tali concetti.

Domande	Per nulla					Molto	M	
Ti piace fare lezioni in cui il docente spiega e tu ascolti?	0	1	2	3	4	5	6	1.75
Trovi sia più facile fare comprendere in questa modalità?	0	1	2	3	4	5	6	2
Lavorare in modo individuale ti risulta più semplice?	0	1	2	3	4	5	6	2.5
Riesci a restare attento e concentrato più a lungo?	0	1	2	3	4	5	6	2.7
Quanto hai capito dell'argomento al termine di questa lezione?	0	1	2	3	4	5	6	3.8

DI2: Seconda fase: progettazione a gruppi

Durante questa fase ci siamo riuniti in gruppi di lavoro, abbiamo progettato e costruito le macchine matematiche secondo le nostre conoscenze ed intuizioni.

Domande	Per nulla					Molto		
Ti è piaciuto lavorare in gruppo per la progettazione e costruzione?	0	1	2	3	4	5	6	4.7
Ti piaceva il tuo gruppo di lavoro?	0	1	2	3	4	5	6	4.5
Hai partecipato alla progettazione della macchina?	0	1	2	3	4	5	6	4.5
Eri motivato dall'idea di dover inventare una macchina?	0	1	2	3	4	5	6	4.3

È stato difficile progettare una macchina?	0	1	2	3	4	5	6	3.7
E costruirla?	0	1	2	3	4	5	6	4.1
Avevi le conoscenze teoriche sufficienti per progettare la macchina matematica?	0	1	2	3	4	5	6	4.5
Ti piace lavorare in modo manuale?	0	1	2	3	4	5	6	5.4
La progettazione della macchina ti è servita per comprendere meglio l'argomento trattato?	0	1	2	3	4	5	6	4.6
Hai imparato qualcosa dagli errori di progettazione?	0	1	2	3	4	5	6	4.2
Pensi che l'attività di progettazione ha migliorato le tue conoscenze sull'argomento delle trasformazioni?	0	1	2	3	4	5	6	4

DI3: Terza fase: presentazioni

Durante la terza fase ogni gruppo ha presentato la propria macchina matematica alla classe.

Domande	Per nulla							Molto	
Per te è facile presentare qualcosa davanti alla classe?	0	1	2	3	4	5	6	4.2	
Ti piace fare delle presentazioni davanti alla classe?	0	1	2	3	4	5	6	3.3	
La presentazione del tuo gruppo è stata convincente?	0	1	2	3	4	5	6	3.6	
Ti è piaciuto seguire le presentazioni degli altri gruppi?	0	1	2	3	4	5	6	3.7	
Hai imparato qualcosa dalle critiche che ti sono state fatte?	0	1	2	3	4	5	6	4.2	
Hai imparato qualcosa osservando le altre presentazioni?	0	1	2	3	4	5	6	3.8	
Ti sembra utile discutere dei risultati ottenuti con i tuoi compagni?	0	1	2	3	4	5	6	4.6	
Hai votato il team solo per la simpatia dei suoi componenti?	0	1	2	3	4	5	6	2.3	
Hai votato il team perché la presentazione era	0	1	2	3	4	5	6	3.9	

convincente?								
Hai votato il team perché pensavi che la loro macchina era la più efficiente?	0	1	2	3	4	5	6	3.8
Dopo aver ascoltato le critiche del docente voteresti ancora il team che hai scelto finanziare?	0	1	2	3	4	5	6	1.6
Hai capito le critiche fatte dal docente al tuo progetto?	0	1	2	3	4	5	6	5.2
Avresti potuto migliorare la tua macchina?	0	1	2	3	4	5	6	4.5
L'argomento trattato (simmetria centrale e traslazione) erano di tuo gradimento?	0	1	2	3	4	5	6	3.8

DI4: Cosa ti è piaciuto di più del percorso didattico di inventore?

<i>Discutere con i miei compagni, condividere le idee e sviluppare insieme il progetto.</i>	7 allievi
<i>Poter costruire la macchina matematica che ho progettato all'interno del gruppo.</i>	6 allievi
<i>Lavorare nella modalità di gruppo.</i>	4 allievi
<i>Presentare davanti a tutta la classe il mio progetto.</i>	3 allievi
<i>Vedere le presentazioni degli altri gruppi.</i>	1 allievo
<i>Fare una discussione finale con i miei compagni di classe sui nostri progetti.</i>	1 allievo
<i>Potermi calare nel ruolo di inventore, è stato motivante.</i>	1 allievo
<i>Mi è piaciuto tutto il percorso didattico.</i>	1 allievo
<i>Mi è piaciuto il fatto che il lavoro fosse creativo, eravamo liberi di inventare come volevamo..</i>	1 allievo

DI5: Cosa ti è piaciuto di meno?

<i>Niente, mi è piaciuto tutto.</i>	4 allievi
<i>C'era poca collaborazione all'interno del gruppo.</i>	3 allievi
<i>Era molto difficile riuscire a progettare dal nulla una macchina matematica.</i>	2 allievi
<i>Non mi è piaciuto lavorare in gruppo.</i>	2 allievi
<i>Durante le presentazioni non mi è piaciuto dover rispondere alle domande dei miei compagni.</i>	1 allievo
<i>Non mi è piaciuta la discussione finale sulle macchine matematiche.</i>	1 allievo
<i>Non mi sono piaciute le lezioni frontali di teoria della prima fase.</i>	1 allievo
<i>Non mi è piaciuto uscire davanti a tutti per dover presentare.</i>	1 allievo
<i>Era troppo difficile costruire la macchina che abbiamo progettato.</i>	1 allievo

DI6: In che modo cambieresti le lezioni del percorso didattico che hai svolto?

<i>Non cambierei niente.</i>	3 allievi
<i>Cambierei la composizione dei gruppi.</i>	3 allievi
<i>Lascerei più tempo per la progettazione e la costruzione della macchine matematiche.</i>	3 allievi
<i>Farei meno teoria all'inizio del percorso.</i>	2 allievi
<i>Organizzerei dei gruppi di lavoro suddivisi per livello di competenza, per fare in modo che gli allievi più deboli lavorino di più.</i>	2 allievo
<i>Darei la possibilità di fare altre macchine matematiche.</i>	1 allievo
<i>Renderei le attività più interessanti con una storia più motivante.</i>	1 allievo
<i>Userei una modalità più semplice per spiegare la teoria.</i>	1 allievo
<i>Farei dei gruppi di lavoro più piccoli.</i>	1 allievo
<i>Allungherei la fase dedicata alle lezioni teoriche.</i>	1 allievo

Per apprendere le varie trasformazioni geometriche abbiamo svolto due percorsi didattici. Nel primo percorso seguendo il metodo della ricerca scientifica, abbiamo utilizzato ed osservato macchine matematiche ed abbiamo elaborato ipotesi e teorie matematiche. Nel secondo percorso svolgendo il ruolo di inventori, abbiamo progettato e costruito macchine matematiche partendo da conoscenze teoriche già acquisite.

DI7: Quale dei due percorsi ti è piaciuto di più? Motiva la tua risposta.

<i>Nessuno dei due percorsi mi è piaciuto.</i>	1 allievo
PERCORSO DIDATTICO “RICERCATORE”	1 allievo
<i>Trovo sia molto più facile usare uno strumento e studiarlo che doverne inventare uno da zero.</i>	1 allievo
PERCORSO DIDATTICO “INVENTORE”	16 allievi
<i>È stato motivante poter costruire ed inventare qualcosa di personale.</i>	9 allievi
<i>All'interno del gruppo di lavoro c'era più collaborazione, si lavorava meglio.</i>	3 allievi
<i>Il lavoro è di progettazione e costruzione è stato più divertente.</i>	2 allievi
<i>Le attività erano più pratiche, c'era meno teoria, si lavorava di più in modo manuale.</i>	2 allievi
<i>L'argomento trattato era più facile.</i>	1 allievo
<i>C'era più libertà di lavoro, si poteva usare la propria creatività.</i>	1 allievo
<i>I gruppi di lavoro erano migliori (nel senso dei componenti).</i>	1 allievo
<i>Era più bello calarsi nel ruolo di inventore che in quello di ricercatore.</i>	1 allievo
<i>Si potevano vedere gli errori di progettazione commessi ed provare a correggerli.</i>	1 allievo

Allegato 8 – Discussione finale con la classe

Allegato 8 – Discussione finale in classe

Qui di seguito viene trascritta in modo parziale la discussione finale tra ricercatore ed allievi.

100 Ricercatore: *“Cosa pensate dei due percorsi che abbiamo affrontato?”*

101 Allievi: *“Il percorso da inventore era più facile e più motivante perché costruivamo quello che volevamo.”*

102 Ricercatore: *“E perché vi è sembrato più motivante?”*

103 Allievi: *“Perché potevamo mostrare quello che abbiamo in testa, la nostra intelligenza entra nella macchina.”*

104 Ricercatore: *“Ma avete preferito il percorso da inventore perché era più motivante o solo perché era più facile?”*

105 Allievi: *“No, era più motivante e più divertente”*

106 Allievi: *“Più facile perché inventavamo qualcosa di nostro, ed era bello lavorare in gruppo.”*

107 Ricercatore: *“Cosa intendi con qualcosa di nostro?”*

108 Allievi: *“Qualcosa fatto da me, che viene da una mia idea.”*

109 Ricercatore: *“Quindi per voi è importante che venga costruito qualcosa di personale?”*

110 Allievi: *“Sì, perché se faccio qualcosa di mio, mi sento più motivata perché l'ho fatto io.”*

111 Allievi: *“Era più bello il percorso da inventore perché inventavi qualcosa di tuo, da ricercatore la macchina era sempre quella, scoprivi come si usava e poi finisce lì.”*

In generale i compagni di classe confermano queste opinioni.

112 Ricercatore: *“A qualcuno è piaciuto di più il percorso da ricercatore?”*

Nessuno allievo risponde.

- 113 Ricercatore: *“Ma è l'attività che non vi è piaciuta?”*
- 114 Allievi: *“No, erano belle tutte e due, solo che quella da inventore era più divertente, l'altra era un po' noiosa alla fine quando bisognava scrivere.”*
- 115 Ricercatore: *“Quale dei due percorsi secondo voi era più facile?”*
- 116 Allievi: *“Secondo me la parte più facile era quella da ricercatore, perché della macchina bisogna solamente discutere del suo funzionamento, ci sono già delle basi su cui lavorare.”*
- 117 Allievi: *“Inventare una cosa non è per niente facile, infatti quasi tutti gruppi hanno sbagliato a costruire la macchina.”*

[...]

- 118 Ricercatore: *“Se osserviamo i vostri questionari, risulta che vi piace molto lavorare in gruppo. Se vi piace, perché quando lavoriamo in gruppo spesso litigate e non collaborate?”*
- 119 Allievi: *“Perché i gruppi li fa lei.”*
- 120 Allievi: *“Perché c'è sempre qualcuno che fa tutto e gli altri copiano.”*

Tutti concordano sul fatto che non vi è collaborazione all'interno della classe.

- 121 Ricercatore: *“Quali criteri scegliereste voi per fare dei gruppi di lavoro?”*
- 122 Allievi: *“Mettere i più deboli e i più forti insieme, così i più forti aiutano più deboli.”*
- 123 Allievi: *“No, perché i più deboli copiano dai più forti e non fanno più niente.”*
- 124 Allievi: *“Tutti i forti insieme, tutti i deboli insieme, così almeno lavorano anche loro.”*
- 125 Ricercatore: *“Ma di chi è la colpa secondo voi se i gruppi non funzionano? Dei più deboli che copiano senza fare niente o dei più forti che non aiutano e non collaborano?”*

Qui comincia una disputa verbale tra gli allievi, ognuno ha il suo punto di vista ed è difficile trovare un punto d'incontro. Alla fine però tutti concordano sulle affermazioni seguenti

- 126 Allievi: *“Perché nella nostra classe non funziona la collaborazione.”*
- 127 Allievi: *“Alcuni più deboli non guardano neanche cosa stiamo facendo, ma*

neanche i più forti aiutano perché cominciano subito a fare senza aspettare, non c'è collaborazione tra di noi.”

128 Ricercatore: *“Abbiamo fatto un lavoro di gruppo sia nella parte da ricercatore che in quella da inventore, quale delle due attività aveva funzionato meglio dal punto di vista della collaborazione?”*

Tutti concordano sul fatto che durante il lavoro di gruppo nel percorso da inventore vi è stata molta più collaborazione e in generale il clima era migliore.

130 Ricercatore: *“E per quale motivo avete lavorato meglio? Perché il gruppo era più di vostro gradimento o perché l'attività faceva in modo che il gruppo funzionava meglio?”*

131 Allievi: *“Nella fase di inventore si collaborava di più perché c'era da inventare.”*

132 Allievi: *“L'attività faceva in modo che il gruppo funzionasse meglio.”*

132 Allievi: *“L'attività era più stimolante, era più divertente, di conseguenza tutti ci mettevano più impegno.”*

133 Ricercatore: *“Ma per quali motivi vi era più collaborazione, solo perché l'attività era più divertente?”*

134 Allievi: *“Perché anche i deboli potevano dare la loro opinione.”*

135 Allievi: *“Io e il L. abbiamo lavorato benissimo, e poi loro (rivolto a due compagne) ci hanno aiutato lo stesso anche se non capivano bene.”*

136 Allievi: *“Per inventare anche i deboli potevano dare la loro opinione, mentre nella ricerca era già tutto fatto e non sapevano cosa fare.”*

137 Allievi: *“Inventando partivano tutti allo stesso livello, questo facilita la collaborazione.”*

138 Allievi: *“È vero, inventando da zero tutti partono dallo stesso livello.”*

La classe sembra compatta nell'affermare che il grosso vantaggio risiede nel fatto che tutti partivano dallo stesso livello durante la fase di progettazione.

[...]

139 Ricercatore: *“La discussione collettiva vi è servita?, Ritenete che sia un vantaggio condividere con la classe i risultati che avete ottenuto?”*

140 Allievi: *“È un vantaggio perché si capisce meglio. Se durante la lezione non ho capito niente e anche con i miei compagni non capisco un tubo, quando facciamo la discussione in classe viene spiegato di nuovo e tutti insieme discutiamo, in questo modo capisco meglio.”*

141 Ricercatore: *“Quindi ritenete che questa fase sia importante?”*

142 Allievi: *“Sì, è molto importante.”*

Anche i compagni confermano questa impressione.

[...]

143 Ricercatore: *“Cosa pensate della parte teorica che abbiamo fatto alla fine del percorso?”*

144 Allievi: *“Questa parte è stata la più noiosa, non la deve più mettere.”*

145 Allievi: *“Non è noiosa, ma è molto pesante e anche un po' difficile.”*

146 Ricercatore: *“Ma non vi è sembrato utile fare questa parte in modo individuale?”*

147 Allievi: *“Non tanto.”*

148 Ricercatore: *“Perché è stato difficile arrivare ad una sintesi teorica?”*

149 Allievi: *“Perché prima si è lavorato in gruppo, e comunque col tuo gruppo eri abituato a lavorare ed avevi condiviso tutte le esperienze, così fare l'ultimo lavoro da solo era difficile.”*

150 Allievi: *“È brutto scrivere, non mi piace e non riuscivo a trovare le parole giuste da scrivere.”*

151 Allievi: *“Lavorando insieme avremmo ricavato più informazioni e potevamo aiutarci, da soli era troppo difficile.”*

[...]

152 Ricercatore: *“Riassumendo, quali sono i vantaggi e gli svantaggi che avete trovato nel svolgere il percorso di ricercatore?”*

153 Allievi: *“Facendo i lavori a gruppi ho potuto capire meglio gli argomenti.”*

154 Allievi: *“Meglio lavorare in modo a gruppi per poi arrivare una conclusione da soli oppure il contrario, ma non lavorare sempre da soli.”*

- 155 Ricercatore: *“Non è meglio lavorare da soli così non vi distraete e state più attenti?”*
- 156 Allievi: *“No, è molto più facile distrarsi se non si ha niente da fare e bisogna solo ascoltare.”*
- 157 Allievi: *“Quando lavoriamo in gruppo a volte si chiacchiera ma almeno si lavora un po di più.”*
- 158 Allievi: *“Se lavoriamo in gruppi almeno il più forte fa lavorare il più debole, si lavora in collaborazione, si lavora meglio.”*
- 159 Ricercatore: *“Ma perché non è facile mantenere la concentrazione durante le lezioni tradizionali?”*
- 160 Allievi: *“Quando si è da soli l'argomento è più noioso.”*
- 161 Allievi: *“Perché quando si è in gruppo, più o meno si è attenti tutti, quando si è da soli basta che prendo in mano una matita e mi sconcentro già.”*
- 162 Allievi: *“Vero perché non hai niente da fare.”*
- 163 Ricercatore: *“Come non hai niente da fare, devi ascoltare!”*
- 164 Allievi: *“Sì, ma ascoltare è noioso.”*
- 165 Allievi: *“Ascoltare è più difficile che collaborare e fare.”*
- 166 Allievi: *“Fare sei sempre impegnato e concentrato sul quello che stai facendo.”*
- 167 Ricercatore: *“Quindi preferite fare qualcosa di pratico piuttosto che stare solo ad ascoltare?”*
- 168 Allievi: *“Sì è meglio fare, ma qualche volta anche ascoltare.”*

Tutta la classe concorda che sia meglio lavorare manualmente ed essere coinvolti in prima persona durante le lezioni.

[...]

- 169 Ricercatore: *“Secondo voi era più difficile pensare una macchina o costruirla?”*
- 170 Allievi: *“Era nettamente più difficile pensarla.”*
- 171 Ricercatore: *“Pensare, progettare qualcosa da zero può essere utile come attività?”*

Tutti annuiscono, ma nessuno risponde.

- 171 Ricercatore: *“Ma qual'è il vantaggio di costruire qualcosa?”*

- 172 Allievi: *“Se la devi costruire te la capisci meglio.”*
- 173 Allievi: *“Parti da zero, la devi costruire te, e ci devi lavorare su te, ti da uno stimolo interno.”*
- 174 Allievi: *“Ti trovi meglio con la tua macchina, perché sai com'è fatta sai e come si può muovere. Se ti danno in mano una macchina che non hai costruito tu devi stare lì a vedere come funziona.”*
- 175 Ricercatore: *“Per apprendere i concetti matematici quindi pensate sia meglio sperimentare una macchina già costruita o inventarla da zero?”*
- 176 Allievi: *“Inventarla. Perché la progetti tu e sai come sarà fatta, invece l'altra cosa ce l'hai già e non sai neanche come funziona.”*
- 177 Ricercatore: *“Ma sperimentandola e provando ad usarla in fondo riuscivi ad apprendere qualcosa, mentre la macchina che avete fatto voi se vi ricordate non funzionava bene.”*
- 178 Allievi: *“Sì, ma lì ci dovevi pensare veramente, sul suo funzionamento, se no non potevi farci niente con la tua macchina. Se ne hai una già fatta puoi usarla ma magari non capisci lo stesso come funziona.”*

Anche i compagni sono d'accordo su questo ragionamento.

[...]

- 179 Ricercatore: *“Qual'era la parte più importante se le macchine non funzionavano?”*
- 180 Allievi: *“Riuscire a presentarle, perché bisognava essere convincenti.”*
- 181 Ricercatore: *“Ma secondo voi presentare il proprio progetto era utile?”*
- 182 Allievi: *“Certo, perché se riuscivi a presentare bene vuol dire che hai capito.”*
- 183 Allievi: *“Sì, perché devi spiegare agli altri che funzioni ha la tua macchina.”*
- 184 Ricercatore: *“Seguire le altre presentazioni vi è sembrato utile?”*
- 185 Allievi: *“Sì, perché potevi migliorare le tue tecniche e la tua macchina?”*
- 186 Allievi: *“Sì, anche se gli altri facevano errori, così potevamo non commettere gli stessi.”*

[...]

- 187 Ricercatore: *“Qual'è stata la parte più utile dell'intero percorso da inventore?”*
- 188 Allievi: *“Avere le basi teoriche, se no non potevi riuscire a costruire la macchina.”*
- 189 Allievi: *“Mettere a posto la macchina.”*
- 190 Ricercatore: *“Interessante, perché? Se non funziona la macchina cosa dobbiamo fare?”*
- 191 Allievi: *“Riuscire a migliorarla.”*
- 192 Ricercatore: *“Ma qual'è la cosa più importante?”*
- 193 Allievi: *“Accorgerci dell'errore che abbiamo fatto.”*
- 194 Ricercatore: *“Quindi, cosa vuol dire questo?”*
- 195 Allievi: *“Che ci dobbiamo ancora lavorare sopra.”*
- [...]
- 196 Ricercatore: *“Quali sono in vantaggi e gli svantaggi che avete percepito nell'affrontare questo percorso.”*
- 197 Allievi: *“I vantaggi sono che grazie alle macchine siamo riusciti a capire meglio le simmetrie e le trasformazioni, gli svantaggi è che alcune macchine non funzionavano nel modo giusto.”*
- 198 Allievi: *“Gli svantaggi del secondo percorso è che parti solo, tu capisci una cosa e gli altri un'altra.”*
- 199 Allievi: *“Lo svantaggio che c'è tra il primo e secondo metodo è che il primo si parte tutti insieme e vai a finire da solo e quindi hai le stesse idee degli altri, nel secondo invece parti con una tua idea, di quello che hai capito tu, e che magari l'altro ha capito un'altra cosa, e il vantaggio è che se poi metti insieme le cose però si arriva ad un'unica cosa.”*
- [...]
- 200 Ricercatore: *“Sentivate di essere in competizione durante il percorso d'inventore?”*
- Tutti confermano questa opinione.
- 201 Ricercatore: *“E questo vi aiuta a lavorare meglio?”*

202 Allievi: *“Sì, perché se hai l'aria di sfida cerchi di essere meglio degli altri gruppi quindi ti impegni di più.”*

203 Allievi: *“Sì, la competizione è la mia routine. Puoi metterti alla prova con gli altri.”*

204 Allievi: *“Se competi con un altro gruppo cerchi di dare il meglio possibile.”*

205 Ricercatore: *“Quindi preferite sempre mettervi in competizione nelle attività che facciamo?”*

Per alzata di mano 15 allievi preferiscono mettersi in competizione, 3 allievi non vogliono.

206 Allievi: *“Concludendo, dopo questa discussione quale dei due percorsi vi è sembrato non il più bello o divertente ma il più utile?”*

La maggioranza degli allievi trova più utile il percorso di inventore.

Daniele Kueh
Master of Arts SUPSI in secondary education
Anno Accademico 2010/2011
Sintesi del Lavoro di Diploma

Macchine matematiche: aspetti metodologici a confronto

Relatrice: Prof.ssa Silvia Sbaragli

Introduzione

Questo lavoro di ricerca si basa sugli studi e gli esperimenti didattici condotti dal Laboratorio di Macchine Matematiche dell'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia. In particolare fa riferimento al libro "*Macchine Matematiche dalla storia alla scuola*" scritto da Bartolini Bussi e Maschietto (2006), nel quale le autrici dimostrano la validità e il potenziale didattico dell'uso di macchine matematiche del passato all'interno della scuola. Attraverso la sperimentazione di tali strumenti si possono sviluppare delle attività didattiche favorevoli, oltre che all'apprendimento, alla collaborazione ed interazione.

Per mezzo di questa ricerca, si propone un esperimento didattico basato sull'utilizzo di macchine matematiche, il cui scopo è di indagare approcci metodologici differenti al fine di sfruttare al meglio la potenzialità di questi strumenti.

L'esperimento didattico si è svolto sull'arco di tre mesi con una classe di seconda media e ha condotto gli allievi attraverso due percorsi didattici diversi, entrambi incentrati sull'uso di macchine matematiche. Sono stati proposti due approcci didattici "speculari": nel primo percorso, chiamato percorso *ricercatore*, l'allievo parte dalla sperimentazione empirica per arrivare all'elaborazione di un modello teorico; durante il secondo percorso, chiamato *inventore*, si parte dalla conoscenza teorica

acquisita per mezzo di lezioni tradizionali (frontali) per arrivare alla concezione e alla costruzione di uno strumento reale.

La metodologia utilizzata per indagare sui vantaggi e gli svantaggi dell'introduzione di macchine matematiche all'interno del processo di apprendimento nei due diversi percorsi è duplice. Da una parte, vi è l'osservazione delle attitudini e dei comportamenti degli allievi emersi durante le attività didattiche proposte. Dall'altra, attraverso questionari e discussioni collettive, vengono rilevate le percezioni degli allievi dei due approcci metodologici in termini di efficienza e motivazione.

Quadro teorico

Il quadro teorico realizzato si sviluppa attorno ai costrutti teorici di Bartolini Bussi e Maschietto (2006), le quali fondamenta si radicano sugli studi condotti da Vygotskij. Le teorie sviluppate si basano dunque sulla costruzione sociale del sapere e sulla mediazione semiotica realizzata attraverso artefatti culturali.

La progettazione dell'itinerario si basa dunque sulle teorie del socio-costruttivismo. L'obiettivo è di creare un ambiente di lavoro ottimale, all'interno del quale gli allievi possono imparare a cooperare e scambiare tra loro le proprie opinioni. Il processo di interiorizzazione deve essere stimolato dalla possibilità di riflettere su quanto si sta

facendo e di confrontarsi con altri.

Bartolini Bussi e Maschietto propongono nei loro lavori un ciclo didattico che si sviluppa su fasi di lavoro individuali e di gruppo. Una delle fasi più importanti del ciclo didattico è la produzione collettiva di segni: questa fase avviene generalmente durante la discussione matematica. Si tratta di una discussione orchestrata dall'insegnante che permette la condivisione dei prodotti individuali degli allievi. La discussione matematica favorisce lo scambio di opinioni su esperienze socialmente condivise e permette all'allievo di effettuare una rielaborazione del proprio pensiero e di interiorizzarlo.

L'esperimento in classe

Il percorso *ricercatore* ha previsto la sperimentazione da parte degli allievi di una macchina matematica che realizza simmetrie centrali. La sperimentazione si è svolta in modalità di gruppo, così come l'elaborazione delle schede specifiche realizzate per lo studio della macchina. Gli allievi, durante questa prima parte del percorso – fase di sperimentazione della macchina matematica – hanno dimostrato entusiasmo, motivazione e una discreta collaborazione. Collaborazione che però, durante la lezione, è andata scemando progressivamente. Nel momento in cui era richiesto un lavoro di analisi e di scrittura sull'esperienza condivisa, molti allievi hanno lavorato in modo tutt'altro che cooperativo. Gli atteggiamenti espressi hanno condotto così ad un clima di classe tutt'altro che positivo.

Successivamente si è svolta una discussione matematica collettiva, con l'intento di verificare e di rielaborare i concetti matematici in gioco. La discussione matematica orchestrata dall'insegnante, ha riscontrato una buona partecipazione da parte della classe, arrivando a esporre i concetti chiave in modo chiaro ed esaustivo, e rivelandosi così utile ed efficace. Il percorso si è concluso con la produzione individuale di una sintesi teorica di quanto appreso. Questa

fase finale del percorso è stata poco apprezzata, poiché svolta in modalità individuale e perché ritenuta troppo difficile. La lettura degli scritti prodotti ha permesso di notare una carenza di linguaggio a livello di terminologia matematica e una difficoltà diffusa nel riuscire a spiegare in modo chiaro un concetto o una procedura.

Il secondo percorso didattico è stato realizzato a distanza di un mese dal primo. Gli allievi hanno dapprima seguito delle lezioni frontali sugli argomenti della simmetria assiale e della traslazione. In seguito è stato dato loro il compito di realizzare in gruppo una macchina matematica che permettesse la realizzazione di una delle due trasformazioni apprese. La fase di progettazione e di costruzione si è svolta in un ambiente di lavoro ottimale. Al contrario di quanto avvenuto durante il primo percorso si è osservato un ottimo spirito di collaborazione tra i membri del gruppo. Per la progettazione dell'artefatto vi è stata grande partecipazione da parte di tutti, indipendentemente dal livello di competenze acquisite. Le fasi successive di presentazione e discussione matematica dei progetti realizzati si sono svolte in modo piacevole ed animato. Gli allievi hanno partecipato in modo costruttivo all'analisi e alla critica dei progetti dei compagni. Le critiche del docente sono state seguite in modo particolarmente attento: gli allievi hanno dimostrato di riconoscere e valutare i propri errori, e soprattutto una grande motivazione nel potervi rimediare.

Raccolta ed analisi dei dati

Per raccogliere dei dati rilevanti ai fini della ricerca, oltre alle osservazioni del ricercatore in classe, al termine di ogni percorso didattico, sono stati sottoposti dei questionari agli allievi. L'analisi dei questionari ha permesso di individuare alcuni degli aspetti positivi e negativi emersi durante la sperimentazione. Inoltre hanno gettato le basi necessarie per l'impostazione di una discussione collettiva con gli allievi. Per mezzo della discussione si sono potuti approfondire alcuni risultati emersi dai

questionari.

In base ai risultati raccolti si è potuto verificare maggiore motivazione e impegno per le lezioni svolte in modalità di gruppo e per le fasi nelle quali vi era un approccio pratico e manuale. In entrambi i percorsi si è dimostrata l'efficacia e l'importanza della discussione matematica gestita dall'insegnante. Le discussioni sviluppate intorno alle esperienze condivise e ai prodotti elaborati hanno permesso agli allievi una rielaborazione dei concetti matematici.

Dall'osservazione è scaturita una differenza tra i due percorsi a livello di cooperazione e collaborazione, differenza confermata anche dai questionari, ossia dagli allievi stessi. Il primo percorso si è caratterizzato da un malcontento generale in quanto a clima all'interno del gruppo. Il secondo percorso, ha invece visto il nascere di sentimenti opposti all'interno del gruppo. La discussione finale ha permesso di riflettere insieme alla classe sul cambiamento del loro comportamento avvenuto all'interno del gruppo durante i due diversi percorsi. Gli allievi ritengono che causa di questo comportamento è la modalità di lavoro diversa. Nel secondo percorso la cooperazione è stata favorita dal fatto che l'attività permettesse a tutti di partire dallo stesso livello di competenze, quindi non era discriminatoria nei confronti degli allievi più deboli e non permetteva agli allievi più forti di lavorare in modo autonomo.

Oltre alle osservazioni pertinenti degli allievi, dalla discussione è emersa una forte componente motivazionale per il secondo percorso affrontato causata da due fattori:

- La competizione intrinseca all'attività. A differenza del primo percorso vi era una motivazione maggiore nel costruire e presentare una macchina matematica che fosse migliore delle altre.
- La soddisfazione di creare e costruire qualcosa di personale, che fosse frutto delle proprie risorse. Questa componente ha condotto in modo naturale gli allievi a seguire con maggior interesse ed

attenzione la discussione matematica e a rivalutare i propri errori.

Dalla discussione e dai questionari si è verificata una netta preferenza per il percorso *inventore*: gli allievi dichiarano come più utile e motivante il secondo percorso affrontato nonostante, secondo loro, sia difficoltoso progettare uno strumento da zero.

Conclusioni

La ricerca ha permesso di mettere in evidenza alcuni degli aspetti positivi dell'introduzione delle macchine matematiche nella scuola. Oltre ai vantaggi in termini cognitivi e di apprendimento, si è potuto verificare che il loro utilizzo beneficia di un'alta componente motivazionale, indotta dalla sperimentazione manuale e senza dubbio dalla curiosità che ne deriva. Il loro impiego necessita di tempo e di una programmazione didattica accorta da parte dell'insegnante, un impegno non indifferente che però ripaga largamente dei suoi sforzi.

Bibliografia

Bartolini Bussi M. & Mariotti M. (2009), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, Vol. 32 A-B 270-294.

Bartolini Bussi, M. & Maschietto, M. (2006). *Macchine matematiche*, Modena, Springer.



Questa pubblicazione, *MACCHINE MATEMATICHE: ASPETTI METODOLOGICI A CONFRONTO*, scritta da DANIELE KUEH, è rilasciata sotto Creative Commons Attribuzione – Non commerciale 3.0 Unported License.