

Cecità e matematica

4.1. Introduzione

Dario Russo, nella prefazione a *L'insegnamento della matematica ai ciechi* di J.E.F. del Campo, sottolinea come molti insegnanti si chiedano quale matematica è possibile insegnare ai non vedenti e se sia necessario effettuare dei tagli o delle riduzioni nei curricoli. Certamente oltre alla difficoltà insite nella materia, che derivano dall'astrattezza della disciplina, esistono difficoltà relative alla trasformazioni delle percezioni sensoriali in rappresentazioni mentali. Ma, riprendendo Pierre Villey

l'ostacolo non è nella natura delle idee ma nella scarsità dei mezzi di cui dispone il cieco per assimilarle. (Villey, *Le monde des Aveugles*, citato in Del Campo, 2000, pag. 163)

Anche la risposta di del Campo è inequivocabile: non si tratta di ridurre gli argomenti da insegnare, ma solo di adattarli. Egli parte dalla convinzione che la matematica, almeno ai livelli di base, non si insegna, ma si impara; impararla significa scoprirla da soli, l'insegnante è solo colui che mette a disposizione gli aiuti necessari.

Analizzando la modalità di insegnamento più diffusa, scrive:

La situazione potrebbe assomigliare a quella degli studenti che si trovassero nella necessità di rappresentare Shakespeare in inglese senza conoscere questa lingua. Potrebbero rappresentarlo con

pronuncia e accento correttissimi, ma senza sapere cosa dicono; ignorando l'argomento, il senso delle espressioni, il motivo dei gesti... Senza conoscere la radice profonda del dramma, e facendosi carico soltanto del ritmo dell'opera, potrebbero raggiungere un grado di perfezione formale capace di lasciare di stucco perfino un britannico.

Nella Matematica formale e strutturale, vuota di realtà fisica, lontana e fredda nel fondo e nella forma, che i nostri alunni possono trovare in classe, accade la stessa cosa. (Del Campo, 2000, pag. 35)

In effetti l'insegnamento della matematica a un bambino con minorazioni visive non è molto diverso da quello che dovrebbe essere rivolto ad uno normodotato, con il rispetto dei tempi necessari per l'esplorazione tattile e per il formarsi dei concetti con un'adeguata operazione di sintesi di percezioni successive.

Per avviare il bambino all'educazione logico-matematica, è necessario che l'insegnante verifichi come egli percepisce il proprio corpo, come si muove, come utilizza le mani, quindi l'esperienza sullo spazio, nonché l'esperienza sulla forma, l'esperienza sui simboli.

È necessario cioè che il bambino abbia fatto esperienze di conoscenza della realtà e che controlli i concetti topologici fondamentali per definirla, quali linea aperta o chiusa, inclusione, vicinanza, separazione.

Tutto ciò è fondamentale per un non vedente, perché solo la conoscenza della geometria può permettergli di rappresentarsi mentalmente in maniera efficace luoghi e ambienti, quindi di sapersi orientare autonomamente in essi.

Per poter apprendere la matematica, sia per un bambino vedente sia per uno con minorazioni visive, sono necessari quattro momenti:

- un momento osservativo, in cui l'ambiente deve essere disposto in modo da suscitare interesse nel bambino e l'insegnante deve collaborare con lui per scoprire ciò che li circonda, notando invarianze e differenze;

- un momento sperimentale, in cui il bambino può sperimentare e ricostruire ciò che ha osservato, attraverso la manipolazione e la verbalizzazione;
- un momento induttivo e deduttivo: il bambino si avvia alla scoperta della proprietà e la generalizza (induttivamente) e da questa proprietà ne ricaverà altre deduttivamente;
- un momento creativo, nel quale il bambino troverà la soluzione dei problemi senza ricorrere a rigidi algoritmi o formule prestabilite.

4.2. Sussidi

Sussidi molto importanti per favorire l'apprendimento sono i blocchi logici di Vygotskij: varie forme geometriche (quadrati, rettangoli, triangoli...) differenziati tra loro da grandezza, spessore e colore. Per gli alunni non vedenti, che quindi non distinguono i colori, devono essere ricoperti con materiali che diano sensazioni tattili differenti. I blocchi logici sviluppano nei bambini l'educazione della mano, li mettono a contatto con varie forme geometriche e li stimolano a confrontarle e successivamente a classificarle.

Questo tipo di sussidio è particolarmente adatto per i bambini con minorazioni visive anche perché soddisfa due requisiti essenziali per la percezione aptica: può essere contenuto nel palmo di una mano e non contiene troppi dettagli, che rischiano di rimanere elementi aptici separati, a causa della generale tendenza alla semplificazione e alla schematizzazione dell'esplorazione tattile.

Altri strumenti utili sono i regoli per costruire le figure geometriche, costituiti da asticcioline di diverse lunghezze, che si possono incastrare tra loro agli estremi o a metà e permettono di comporre varie figure e di scoprirne le proprietà.

Possono essere utilizzati anche i geopiani, cioè piani in legno con dei chiodi piantati a distanze regolari che formino una quadrettatura. Tendendo degli elastici tra questi chiodi, ossia utilizzandoli come vertici, è possibile costruire figure geometriche piane, anche se la presenza dei chiodi rende poi difficile la

manipolazione. Esistono comunque numerosi strumenti che utilizzano lo stesso principio ma evitano questo inconveniente.

Oltre ai tanti sussidi in commercio, ogni insegnante deve attingere alla propria inventiva e fantasia; in libri o articoli si trovano numerosi esempi di strumenti “poveri” con cui si può fare matematica. Con del cartoncino e della sabbia o della pastina molto fine, Dario Russo (2003) fa scoprire il legame tra il volume dei solidi: si costruiscono due contenitori uno a forma di prisma e uno di piramide con stessa base e stessa altezza, ambedue senza il “coperchio” e si riempie la piramide di sabbia, vuotandola poi nel prisma. Gli studenti, vedenti o non vedenti che siano, dopo aver formulato ipotesi scoprono che serviranno tre piramidi per riempire il prisma, e potranno poi formalizzarlo affermando che il volume di una piramide è un terzo di quello di un prisma di uguali base e altezza.

Per comprendere come la rotazione di una figura piana generi un solido, Russo suggerisce di utilizzare delle decorazioni, tipiche del Carnevale, che si aprono fino a diventare una palla o un oggetto tridimensionale. Mentre le lamine di carta velina sono tutte sovrapposte, si possono ritagliare in modo da formare un triangolo, aprendole, si genererà tra le mani degli studenti un cono.

Gli stessi risultati sono ottenuti da Ceppi (2004) con la creta: dopo aver costruito un cilindro di creta e un triangolo rettangolo rigido con un cateto uguale al raggio di base e l'altro uguale all'altezza, si ruota quest'ultimo in modo da scavare un cono all'interno del cilindro; si può inoltre constatare che la creta “uscita” è la terza parte di quella iniziale.

4.3. La matematica nella scuola secondaria

Per quanto riguarda la matematica della scuola secondaria, gli alunni non vedenti presentano solitamente difficoltà nella lettura e nella scrittura di espressioni algebriche complesse, più che altro per motivi tecnici, dovuti alla pesantezza della notazione Braille. Essa infatti ha un carattere lineare e per scrivere frazioni, esponenti o radici è necessario l'uso di parentesi ausiliarie, che rendono la scrittura piuttosto pesante. Ancora più macchinoso è, ad esempio, riprodurre un diagramma di flusso, come mostrano le immagini riportate nella pagina successiva.

Utilizzare la tavoletta Braille per scrivere operazioni matematiche è assai difficoltoso, perché bisognerebbe ruotare il foglio di 180° ad ogni passaggio per poter controllare i risultati o correggere eventuali errori. Più utile risulta una dattilo-braille, soprattutto del tipo in grado di tornare indietro di un numero di righe a piacere; tuttavia anche con questo strumento è necessario un calcolo preciso di quante caselle occupare per incolonnare esattamente le cifre. L'indubbio vantaggio, però, è che la dattilo-braille scrive direttamente i "punti positivi", cioè in posizione di lettura, e non è necessario voltare il foglio. Non bisogna però dimenticare che la tavoletta Braille non solo permette di sviluppare la manualità fine, ma anche di conquistare o consolidare i concetti topologici, la lateralizzazione e la capacità di orientamento spaziale e temporale, quindi nel primo ciclo scolastico è indispensabile utilizzarla. Solo dopo averne appreso appieno l'uso e averne acquisito padronanza, e quando i calcoli diventano effettivamente troppo complicati per poter essere svolti oralmente, si può introdurre la dattilo-braille.

Se si possiede un computer collegato ad una riga Braille, è molto efficace l'uso di Derive, che tra l'altro ha bisogno anch'esso di parentesi ausiliare. Per mezzo di un display Braille è possibile anche in questo caso controllare ciò che si scrive: il contenuto dello schermo viene presentato, riga per riga, nel sistema Braille mediante punti sporgenti.

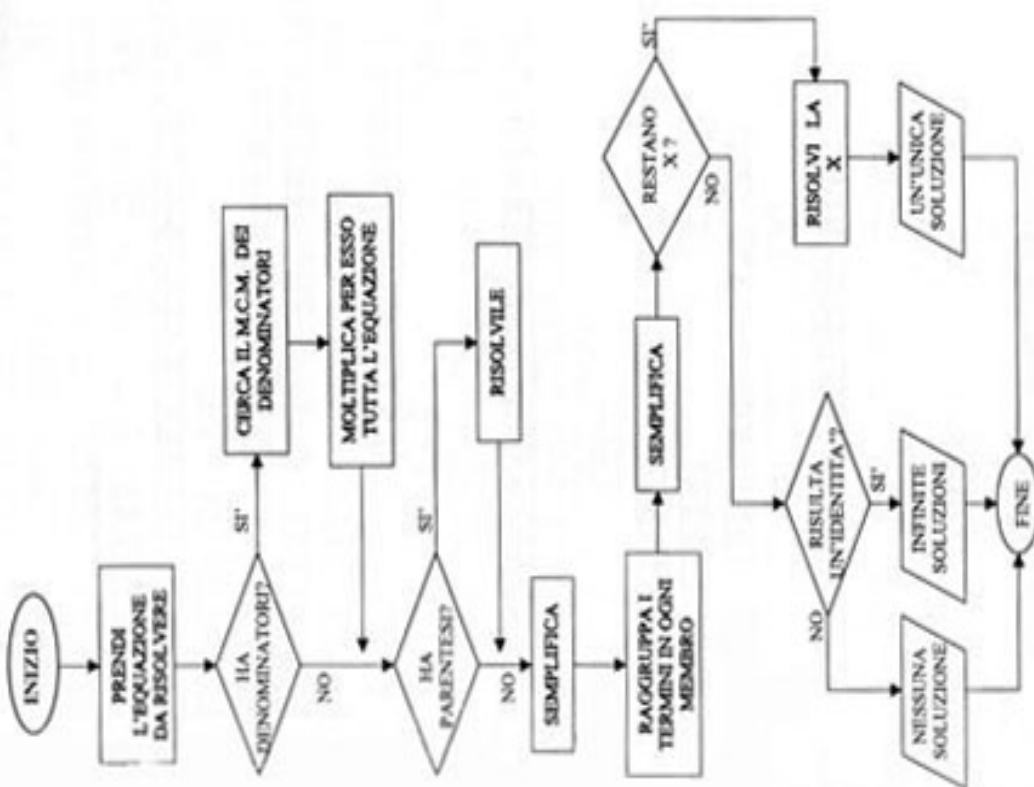
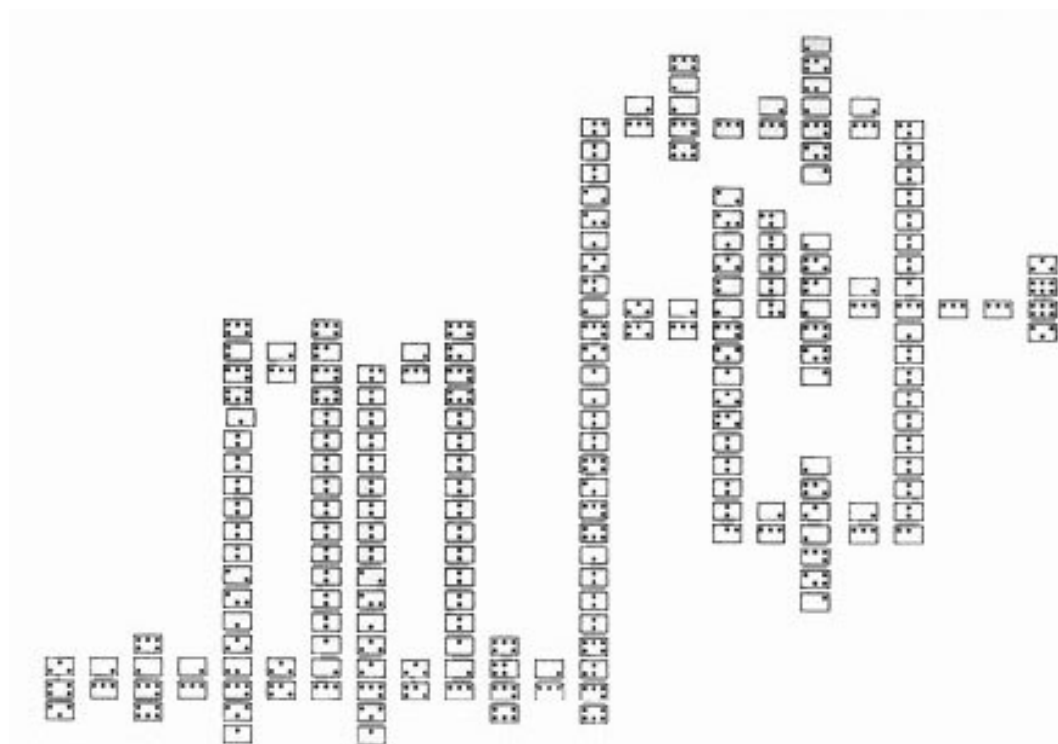


Diagramma di flusso: risoluzione e discussione di equazioni di primo grado (Del Campo, 2000, pag. 263)



Versione Braille del diagramma di flusso: risoluzione e discussione di equazioni di primo grado (Del Campo, 2000, pag. 264)

4.4. La prospettiva

Un'altra difficoltà rilevante a livello di scuola superiore è quella della rappresentazione spaziale. In questo campo la problematica è più complessa, perché coinvolge la comprensione dei concetti, che non sono di facile intuizione neanche per alunni vedenti, basti pensare al concetto di punti all'infinito.

Nonostante nella scuola secondaria di primo grado siano piuttosto diffusi sussidi che permettono di scomporre figure solide, il passaggio dalla rappresentazione tridimensionale a quella bidimensionale risulta particolarmente ostica per gli alunni non vedenti. La lettura di un'immagine appiattita su un foglio necessita di una grande capacità astrattiva, per decifrare le inevitabili deformazioni che si sono compiute.

Affrontando lo stesso problema a livello di scuola elementare, Paola Zaniboni scrive:

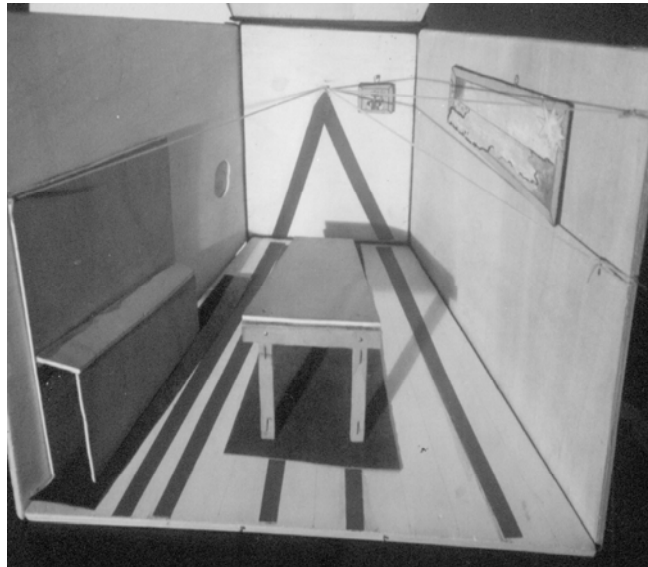
Il passaggio dalla tridimensionalità alla bidimensionalità è delicato e deve essere affrontata per gradi. Già da tempo è iniziata la presentazione di oggetti in cui la terza dimensione è praticamente irrilevante. Questi sono stati appoggiati sul cuscinetto [in gomma piuma] e contornati, rilevandone così la sagoma o il disegno. Ora si procede ricercando oggetti sezionabili come una mela. Appoggiandoli sul cuscinetto se ne rileva il contorno. Parimenti si può riprodurre in creta un oggetto e schiacciarlo sul cuscinetto, facendo attenzione a non alterarne la forma, ma annullando la terza dimensione. Dopo di che si passerà a riprodurre il contorno. (Zaniboni, 1986, pag. 84)

Piochi e Baldeschi (2005) hanno proposto un percorso di avvicinamento alla prospettiva e dei sussidi particolari per quella centrale.

Inizialmente è necessario che l'alunno non vedente si eserciti in rotazione di 90°, dal piano verticale a quello orizzontale. Scoprirà così come i rami di un albero

subiranno necessariamente delle deformazioni, o come si sceglierà la facciata più significativa della casa per rendere meglio l'idea.

Successivamente si utilizzeranno tre quadranti, uniti con strisce di velcro, al cui interno si metterà un oggetto che possa imprimere una traccia su ciascuno dei tre piani (orizzontale, verticale e laterale) qualora ci venga “sdraiato” sopra.



Da Piochi e Baldeschi, (2005)

Infine si apre il modello, facendolo diventare bidimensionale, e si evidenziano con dei cordoncini le linee che generano le figure in proiezione. Queste linee non sono altro che i segmenti che bisognerà tracciare con la squadra sul foglio per disegnare in prospettiva un oggetto.

In questo modo la regola non viene imparata solo mnemonicamente, ma ha una sua giustificazione, si riempie di significato.

Piochi e Baldeschi propongono anche un modello analogo per la prospettiva centrale:

Con la stessa strategia didattica si può realizzare e presentare un modello per la prospettiva centrale. Il modello consiste ancora in una stanza, il Punto di Vista è rappresentato dall'occhio di un pupazzo,

da cui si diparte un filo elastico (lo “sguardo”) che lo collega al Punto Principale sulla parete di fondo della stanza in miniatura. Dal P.P. si dipartono tutti i “raggi” che descrivono gli arredi. Si dimostra che la deformazione degli arredi non è arbitraria ma determinata dai raggi stessi. Adesso, come per il modello delle proiezioni ortogonali, si procede all’apertura dell’ausilio. Adagiato sul banco e affiancato al foglio esso consente al ragazzo il primo approccio, corretto poiché guidato, alla rappresentazione di un ambiente in prospettiva centrale. Anche in questo caso il disegno che verrà prodotto dall’allievo non sarà una passiva esecuzione di una “bizzarria dei vedenti che rappresentano il mondo tutto storto”, ma una consapevole applicazione di regole geometriche; più chiaramente: un tappeto rettangolare disegnato in forma di trapezio non sarà manifestazione di verbalismo, ma la realizzazione piana di una figura tracciata da “raggi visivi” percepiti in maniera tattile dallo studente. (Piochi e Baldeschi, 2005)

Questi modelli non sono attualmente in commercio, e in effetti il numero di sussidi in vendita per la scuola superiore cala drasticamente rispetto a quello per gli altri ordini di scuola, probabilmente perché da un lato si suppone che con una buona educazione logico-matematica durante il ciclo di studi precedenti il ragazzo abbia ormai acquisito una discreta capacità di astrazione, dall’altro gli argomenti trattati si prestano meno. I sussidi che esistono rimangono patrimonio di chi li ha inventati e di pochi altri, e poiché anche la letteratura specifica è scarsa manca la condivisione di protocolli di lavoro e risultati, e questo non solo a livello di scuole superiori.

4.5. Le isometrie

In uno dei pochi testi sull'insegnamento della matematica ad alunni non vedenti, Del Campo propone alcune interessanti schede sull'introduzione delle isometrie.

Egli presenta una serie di esercizi realizzabili sul piano in gomma, preferibilmente con fogli di carta normale, piuttosto che la carta/plastica speciale da disegno, che risulta troppo liscia e scivolosa.

Si tratta di utilizzare due fogli sovrapposti per disegnare la stessa figura in entrambi e successivamente di tenerne bloccato uno tramite alcuni fermagli o cavalieri mentre si muove l'altro. Osservando poi le due figure gli alunni potranno scoprire le caratteristiche delle varie trasformazioni.

La figura scelta da Del Campo è un cigno; dopo aver mostrato agli allievi dei modelli in gesso o in plastica dell'animale, egli suggerisce di disegnarlo in modo stilizzato come la cifra 2. Se gli alunni sono molto giovani egli propone loro anche di dare un nome al cigno.

Del Campo presenta innanzitutto la traslazione, proponendo questa consegna. È opportuno che l'insegnante segua passo dopo passo l'operato dell'allievo, per aiutarlo a compiere le scelte migliori. Può controllare, ad esempio, che la figura sia abbastanza vicina all'esecutore, ma non troppo vicina al bordo del foglio, perché questo creerebbe delle difficoltà nei passaggi successivi.

Il piano da disegno è un lago. In esso il nostro cigno passeggia tranquillo. Disgnalo. Ad esempio vicino a te, a sinistra, e non molto lontano né dal centro né dalla "riva" (Fig. 51B).

Ti renderai conto che dovrai fare più pressione perché si noti il tratto: è dovuto al fatto - non lo dimenticare - che abbiamo messo due fogli: lo sforzo richiesto è doppio.