

Geometria tra le mani: macchine matematiche per non vedenti¹

Simona Vangelisti²

Laboratorio delle Macchine matematiche – <http://www.mmlab.unimore.it>
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata
Università di Modena e Reggio Emilia

Riassunto (Summary)

Le potenzialità delle macchine matematiche ai fini della diffusione della cultura scientifica sono ormai riconosciute. Tra le caratteristiche più interessanti delle macchine matematiche c'è la manipolazione diretta. Ciò ha suggerito la possibilità di usarle con studenti con minorazioni visive, giacché la 'geometria attiva' rappresenta un nucleo fondante dei metodi promossi per favorire l'integrazione dei non vedenti. E' stata avviata una collaborazione con l'Ufficio Scolastico Regionale dell'Emilia Romagna e l'Istituto Regionale per ciechi "G. Garibaldi" di Reggio Emilia, individuando una piccola collezione di macchine matematiche. In questa comunicazione illustrerò le modifiche suggerite dalla tiflogologa dell'Istituto (dr. Loredana Piccolo) per adattare le macchine matematiche utilizzate con studenti normodotati alla esplorazione da parte di studenti con minorazioni visive o ciechi totali. Nella comunicazione saranno mostrati alcuni esemplari di macchine modificate e alcuni brevi estratti dal video che documenta l'esplorazione aptica.

Introduzione.

Nell'ambito di una collaborazione con l'Ufficio Scolastico Regionale dell'Emilia Romagna e l'Istituto Regionale per ciechi "G. Garibaldi" di Reggio Emilia, è stata costruita una piccola collezione di macchine

¹ Lavoro finanziato dall'Ufficio Scolastico Regionale dell'Emilia Romagna, dal MIUR (Contributo per la *Diffusione della Cultura Scientifica* di cui al Decreto Direttoriale n. 774/Ric/2005) e inserito nel progetto PRIN 2005 (PRIN 200501972: *Significati, congetture, dimostrazioni: dalla ricerca di base in didattica della matematica alle implicazioni curricolari*).

² simona_re4@tin.it

matematiche (Bartolini Bussi & Maschietto, 2006) che incorporano la genesi tridimensionale di alcune trasformazioni geometriche piane (omotetia, traslazione), la realizzazione di isometrie, omotetie e affinità e il tracciamento di coniche mediante sistemi articolati e biellismi. Le soluzioni adottate, su suggerimento della tiflologa dell'Istituto, sono ancora provvisorie. Esse appaiono efficaci per l'esplorazione aptica, documentata grazie alla disponibilità di una collaboratrice dell'Istituto (http://www.relabtv.it/index.php?option=com_content&task=view&id=230&Itemid=1). Tuttavia, non si può, al momento, documentarne l'efficacia nella didattica, poiché non è stato possibile compiere una sperimentazione sistematica con studenti non vedenti, per la tutela della privacy del piccolo numero di soggetti seguiti dall'Istituto.

1. L'esplorazione aptica e la geometria dei non vedenti

L'occhio è sicuramente il canale principale per la raccolta di informazioni e la loro successiva rielaborazione, ma anche la mano è in grado di costruire una rappresentazione mentale completa della forma che ha esplorato. Ci sono profonde differenze tra i due sistemi di esplorazione: la vista permette il cosiddetto *colpo d'occhio*, essendo sintetica ed istantanea, mentre il tatto è un senso analitico e successivo: si possono analizzare solo piccole porzioni di spazio, una dopo l'altra. Il tatto da solo, ad ogni modo, non è sufficiente per conoscere la realtà: con la sola percezione tattile si costruisce uno spazio limitato, in cui è difficile costruire l'idea di prospettiva, così come manca uno sfondo nella collocazione spaziale degli oggetti. Per costruire il significato di spazio è necessaria la cosiddetta percezione aptica (letteralmente "toccare con attenzione"), cioè l'integrazione di tutte le percezioni ottenute con i sensi vicarianti della vista: tatto, udito, olfatto e gusto, ma anche senso termico, senso anemestico (dell'aria in movimento), cinestesia*, sensibilità muscolare e plantare, memoria muscolare, capacità associativa e un'immaginazione correttamente formata.

Nonostante ciò, il tatto rimane certamente il senso più importante per la costruzione delle immagini mentali, attraverso due tipi di esplorazioni successive: una prima esplorazione rapida e sommaria dell'insieme per comporre uno schema complessivo dell'oggetto e una seconda

*per cinestesia si intende la percezione che una persona ha del movimento e della posizione del corpo e delle sue parti

esplorazione fine, che analizza in maniera dettagliata una ristretta porzione della superficie e colloca il particolare percepito nel quadro dell'immagine d'insieme. Il tatto, inoltre, permette di conoscere quasi tutte le proprietà degli oggetti, quali grandezza, localizzazione spaziale, distanza, peso, rigidità del materiale, temperatura, durezza, texture, volume; sono però indispensabili procedure di esplorazione diverse: pressione, contatto statico, movimenti laterali, ma anche soppesare l'oggetto o afferrarlo e seguirne i contorni. Alcuni di questi movimenti non possono essere simultanei, quindi l'esplorazione richiede molto tempo. Di questa lentezza è indispensabile tener conto quando si debba insegnare la matematica a uno studente con minorazioni visive. A parte questa accortezza, l'insegnamento potrebbe non essere molto diverso da quello rivolto ad uno studente normodotato. La conoscenza della geometria è fondamentale per una persona non vedente, perché può permettergli di rappresentarsi mentalmente in maniera efficace luoghi e ambienti, quindi di sapersi orientare autonomamente in essi. Anche per l'uso della tavoletta braille è necessario controllare concetti quali vicinanza, separazione, ma anche lateralizzazione e capacità di orientamento spaziale e temporale. Ecco perché per avviare il bambino all'educazione matematica, è necessario che l'insegnante verifichi come egli percepisce il proprio corpo, come si muove, come utilizza le mani, la sua esperienza sullo spazio, sulla forma e sui simboli. È necessario cioè che il bambino abbia fatto esperienze di conoscenza della realtà e che controlli i concetti topologici fondamentali per definirla (quali linea aperta o chiusa).

Per quanto riguarda la matematica della scuola secondaria, gli alunni non vedenti presentano solitamente difficoltà nella lettura e nella scrittura di espressioni algebriche complesse, più che altro per motivi tecnici, dovuti alla pesantezza della notazione Braille. Una possibile soluzione al problema è proposta dal progetto LAMBDA*. Un'altra

* LAMBDA (Linear Access to Mathematic for Braille Device and Audiosynthesis) è un progetto di ricerca europeo che ha l'obiettivo di realizzare in efficace sistema per consentire l'accesso ai documenti matematici da parte delle persone non vedenti, in particolare in ambiente scolastico e universitario (<http://www.lambdaproject.org/>). Il sistema è basato sull'integrazione di un codice matematico lineare, che ha una stretta connessione con il MathML, e un editor per la visualizzazione (sia attraverso il display braille, sia attraverso la sintesi vocale), la scrittura e la manipolazione.

difficoltà rilevante è quella della rappresentazione spaziale. In questo campo la problematica è più complessa, perché coinvolge la comprensione dei concetti, che non sono di facile intuizione neanche per alunni vedenti (basti pensare al concetto di punti all'infinito). Nonostante nella scuola secondaria di primo grado siano piuttosto diffusi sussidi che permettono di scomporre figure solide, il passaggio dalla rappresentazione tridimensionale a quella bidimensionale risulta particolarmente complessa per gli alunni non vedenti. La lettura di un'immagine appiattita su un foglio necessita di una grande capacità astrattiva, per decifrare le inevitabili deformazioni che si sono compiute. Attualmente esistono poche ricerche finalizzate ad analizzare la costruzione di contenuti inerenti la geometria. Un lavoro eseguito da Virga (2001) indaga sulle strategie messe in atto da non vedenti nella costruzione di rappresentazioni mentali del mesospazio. Un gruppo di venticinque ciechi assoluti, di cui venti avevano perso la vista in età precoce e cinque in età adulta, sono stati chiamati a descrivere un ambiente nuovo, descrivendo le strategie messe in atto per l'esplorazione e la rappresentazione mentale.

Nel nostro caso, invece, siamo interessati a processi relativi al microspazio, che è lo spazio in cui avviene l'esplorazione per ciò che riguarda la geometria scolastica (es. spazio del foglio per la geometria con riga e compasso; schermo del computer per la geometria di Cabri, ecc.). Le macchine matematiche forniscono un ulteriore caso di microspazio.

2. Le macchine matematiche e i non vedenti

Questa ricerca è stata avviata per rispondere a una domanda: le macchine matematiche, che presentano indubbi vantaggi nell'acquisizione di contenuti da parte di uno studente normodotato (Bartolini Bussi & Maschietto, 2006), possono essere di aiuto nella costruzione di conoscenze e competenze geometriche anche per uno studente con minorazioni visive? Si tratta in questo caso della rappresentazione del microspazio e della creazione di immagini mentali di oggetti legati alla geometria "insegnata a scuola", più che a quella della vita di tutti i giorni. Proprio nell'ottica di trovare strategie per

migliorare l'insegnamento della geometria ad alunni non vedenti, si è cercato di sfruttare le modalità esplorative tipiche di chi è privo della vista, le peculiarità dell'esplorazione aptica, e non di rendere semplicemente tangibile ciò che normalmente si guarda.

	La macchina è formata da due parallelogrammi articolati aventi un lato in comune e un altro, parallelo ad esso, fissato al piano del modello. Gli estremi del terzo lato, parallelo ai precedenti, sono il punto direttore e il punto tracciatore. Essi, nel modello della nuova collezione, possono scorrere lungo due circonferenze o lungo due segmenti incisi nel piano d'appoggio in legno.
La macchina realizza una corrispondenza fra due regioni di piano in cui il punto direttore e il punto tracciatore si corrispondono; tale corrispondenza è la traslazione individuata dal lato fissato al piano.	
	La macchina è formata da un antiparallelogramma articolato; uno dei due lati minori è fissato al piano del modello. Durante il movimento, il punto di intersezione dei due lati maggiori descrive una ellisse di fuochi i punti fissi. Nel modello della nuova collezione l'ellisse è stata incisa nel piano di legno.
Per generare meccanicamente, con moto continuo, archi di una conica, è possibile sfruttare qualunque sua proprietà, incorporandola direttamente nello strumento. In questo caso, il punto di intersezione dei due lati maggiori ha la proprietà che la somma delle sue distanze dai punti fissi rimane costante. La macchina genera quindi un'ellisse.	

Questa piccola collezione di macchine è stata espressamente progettate per allievi con minorazioni visive. Rinviamo al filmato (http://www.relabtv.it/index.php?option=com_content&task=view&id=2

[30&Itemid=1](#)) per la presentazione completa della piccola collezione. Qui ci limitiamo a presentare due macchine, un pantografo (traslazione) e un curvgrafo (elissografo).

L'approccio di una macchina matematica, ad esempio ad una trasformazione, è quello di una corrispondenza puntuale, approccio che manca quasi totalmente nei libri di testo, che si concentrano invece sull'idea di movimento. Anche la didattica per non vedenti tende a preferire questo secondo approccio, modificando semplicemente gli strumenti per favorire un'esplorazione tattile anziché visiva (Del Campo, 2000). Una macchina matematica, invece, svincola la trasformazione dal movimento. Anche in essa si realizza un movimento, che pure da un lato è propedeutico alla trasformazione, ma dall'altro non è direttamente collegato ad essa: ciò che interessa è la corrispondenza tra il punto direttore e il punto tracciante. La corrispondenza che si realizza è una corrispondenza puntuale, nonostante la macchina metta in relazione due regioni di piano. In ogni situazione c'è una corrispondenza tra il punto direttore e il punto tracciante, dimostrabile per via geometrica, che dipende dai vincoli del sistema.

Anche per quanto riguarda i curvgrafi, ellissi, iperboli e parabole si svincolano dalla loro identità di sezioni coniche, e diventano curve generate basandosi su una qualsiasi loro proprietà, che non necessariamente coincide con le definizioni metriche che siamo soliti utilizzare per questo oggetto.

Una ulteriore tipologia di macchine costruite per questa collezione è quella riguardante la genesi spaziale di trasformazioni geometriche. In questo caso ci limitiamo a riportare la fotografia di una di esse, la genesi spaziale dell'omotetia. Rispetto al modello originale, i piani di plexiglas sono stati sostituiti con dei piani quadrettati che permettano l'esplorazione tattile, i fili mantenuti in tensione da pesi con elastici (di diametro maggiore e che rimangono più tesi) e le figure disegnate sono sostituite con forme di legno.

Il diverso approccio didattico realizzato con le macchine matematiche si può applicare con successo anche alla didattica normale (Bartolini Bussi & Maschietto, 2006). Dunque l'uso di queste macchine nella scuola potrebbe costituire un laboratorio di integrazione per non vedenti, in cui anche i vedenti hanno risorse aggiuntive e più stimolanti rispetto ai soli lavagna e gesso. La possibilità di manipolare fisicamente oggetti, come per esempio le macchine che generano curve, induce spesso modalità di

esplorazione e di costruzione di significato differenti, ma altrettanto interessanti e, sotto certi aspetti, più ricche (Curricolo di matematica per il ciclo secondario). Inoltre possono inserirsi in pieno nel laboratorio di geometria descritto in *La matematica per il cittadino* (2003, <http://umi.dm.unibo.it/italiano/Matematica2003/matematica2003.html>): una serie di attività di rappresentazione e di esplorazione di situazioni geometriche atte a favorire la produzione di congetture, secondo la teoria dell'imparare facendo e vedendo fare.



Bibliografia

- Alliegro M., *L'educazione dei ciechi: storia concetti e metodi*, Armando Editore, Roma, 1973.
- Bartolini Bussi M.G., Maschietto M., *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*, Springer-Verlag Italia, Milano, 2006.
- Ceppi E. (a cura di), *Minorazione della vista e apprendimento*, Cosmodidattica, Roma, 1982.
- Del Campo J.E.F., *L'insegnamento della matematica ai ciechi*, Biblioteca Italiana per i Ciechi "Regina Margherita" ONLUS, Monza, 2000 (prima edizione spagnola 1986, seconda edizione riveduta e ampliata 1996).
- Romagnoli A., *Ragazzi ciechi*, Armando Editore, Roma, 1973 (prima edizione 1924, Zanichelli).
- Vangelisti S., *Geometria tra le mani: macchine matematiche per non vedenti* (Report di borsa di studio non pubblicato, Università di Modena e Reggio Emilia), 2006.
- Virga G., *Considerazioni sperimentali sulla rappresentazione mentale dello spazio dei non vedenti*, <http://math.unipa.it/~grim/virga-nonvedenti.pdf>, 2001.
- Zaniboni P., *Il bambino non vedente: finalità e metodi della scuola dell'obbligo*, Biblioteca Italiana per i Ciechi "Regina Margherita" ONLUS, Monza, 1986.